

Séquence 6

Amortissement et temps

Problématique

Le temps et sa mesure, la définition et l'évolution de son unité reposent sur l'étude et l'exploitation de phénomènes périodiques.

L'histoire de cette mesure, qui peut remonter aux procédés ancestraux (gnomonique), est liée à une recherche de progrès tendue par le souci toujours plus grand de la précision, de la stabilité et de l'universalité (rotation et révolution terrestres, oscillateurs mécaniques et électriques, horloges atomiques).

Vous avez étudié, dans la séquence 4, la cinématique et la dynamique newtoniennes pour inscrire le temps comme variable naturelle des phénomènes évolutifs. L'énergie et la quantité de mouvement sont des grandeurs qui peuvent se conserver lors d'une évolution.

Les aspects énergétiques interviennent dans ce cadre pour analyser les causes de dissipation qui altèrent la reproductibilité des phénomènes, et donc la qualité des étalons de temps.

Sommaire

1. Prérequis
2. Transferts énergétiques au cours d'un mouvement
3. Dissipation d'énergie pour un oscillateur
4. Temps et relativité restreinte
5. Pour clore la séquence

1

Prérequis

A

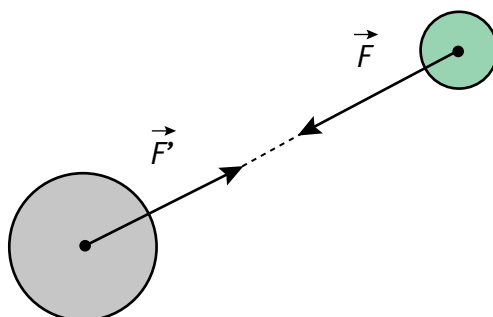
La force gravitationnelle (2^{nde})

→ Loi de la gravitation universelle

Dans le cas de deux corps à répartition sphérique de masse m et m' , la valeur F de la force d'interaction gravitationnelle a pour expression : $F = G \frac{m m'}{d^2}$

où G est la constante de gravitation ($G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI) et d la distance entre les centres de ces corps.

Chaque corps exerce une force sur l'autre corps.



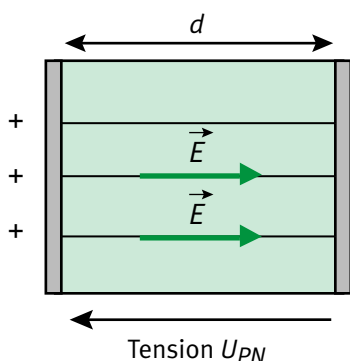
B

Les champs (1^{re} S)

1. Caractéristiques du champ de pesanteur

$$\vec{g} : \begin{cases} \text{Direction : la verticale} \\ \text{Sens : vers le bas} \\ \text{Valeur (à Paris) : } g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1} \end{cases}$$

2. Caractéristiques du champ électrostatique dans un condensateur plan



Le champ électrostatique est uniforme dans le condensateur.

Caractéristiques :

- Direction : perpendiculaire aux plaques
- Sens : des charges positives vers les charges négatives
- Valeur : $E = \frac{U_{PN}}{d}$



Énergie d'un point matériel dans le champ de pesanteur uniforme (1^{re} S)

1. Énergie cinétique d'un point matériel

Dans le référentiel R, un corps de masse m en mouvement de translation avec une vitesse v à un instant donné possède une énergie, que l'on appelle énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$; E_c s'exprime en joules (J), m en kilogrammes (kg) et v en mètres par seconde ($m.s^{-1}$). L'énergie cinétique est une grandeur caractéristique de l'état de mouvement d'un corps.

2. Énergie potentielle de pesanteur

La grandeur « mgz » est l'énergie potentielle de pesanteur du corps de masse m à l'altitude z , encore appelée énergie potentielle du corps en interaction avec la Terre.

$$E_{pp} = mgz + cte$$

E_{pp} s'exprime en joules (J), m en kilogrammes (kg), g en newtons par kilogramme ($N.kg^{-1}$), z en mètres (m).

L'énergie potentielle de pesanteur du corps est choisie arbitrairement nulle à la surface de la Terre (à l'altitude $z = 0$).

3. Énergie mécanique d'un point matériel dans le champ de pesanteur uniforme

L'énergie mécanique est égale à la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle : $E_m = E_c + E_{pp}$.



Tests

Test 1

La Terre et la Lune peuvent être considérées comme des corps à symétrie sphérique.

Données Masse de la Lune : $7,34 \cdot 10^{22}$ kg ; masse de la Terre : $5,98 \cdot 10^{24}$ kg ; distance entre les centres : $d = 384\,000$ km.

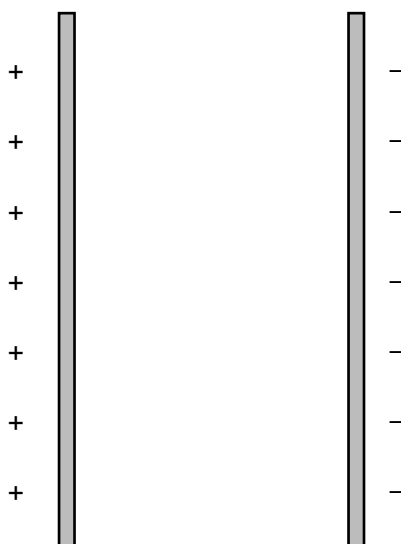
Exprimer et calculer la valeur de la force gravitationnelle exercée par la Terre sur la Lune.

Test 2

On branche un générateur haute tension aux bornes des deux plaques parallèles (armatures du condensateur) distantes de d ($d = 10$ cm). Les charges négatives s'accumulent sur la plaque N et les charges positives sur la plaque P.

La tension existant entre ces plaques $U_{PN} = V_P - V_N$ est égale à 700 V.

Données Charge d'un électron : $1,6 \cdot 10^{-19}$ C ; $g = 9,8$ N.kg⁻¹ ; masse d'un électron : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.



- ❶ Donner les caractéristiques du champ électrostatique existant entre ces plaques.
- ❷ Exprimer et calculer la valeur F de la force électrostatique exercée sur un électron placé dans le champ $\vec{E}$.
- ❸ Exprimer et calculer la valeur P de la force exercée sur un électron placé dans le champ de pesanteur $\vec{g}$. Comparer les deux valeurs F et P .

Test 3

Comparer les énergies cinétiques d'une automobile et d'un poids lourd se déplaçant à la même vitesse 90 km.h^{-1} .

Données Masse de la voiture : $m_v = 1200 \text{ kg}$; masse du poids lourd : $m_p = 24 \text{ tonnes}$.

Test 4

- ❶ Calculer l'énergie potentielle de pesanteur d'une gomme de masse 20 g située sur une table à 80 cm au-dessus du sol.
- ❷ Calculer l'énergie potentielle de pesanteur d'une tonne d'eau située à 500 m d'altitude.

Donnée $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.

2

Transferts énergétiques au cours d'un mouvement

A

Objectifs d'apprentissage

- ▶ Établir et exploiter les expressions du travail d'une force constante (force de pesanteur, force électrique dans le cas d'un champ uniforme).
- ▶ Établir et connaître l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur.
- ▶ Établir l'expression du travail d'une force de frottement d'intensité constante dans le cas d'une trajectoire rectiligne.
- ▶ Analyser les transferts énergétiques au cours du mouvement d'un point matériel.
- ▶ Exploiter la relation traduisant la conservation de l'énergie mécanique d'un système.

B

Pour débiter

En 1^{re} S, vous avez étudié l'énergie mécanique d'un point matériel en mouvement dans le champ de pesanteur uniforme ; cette énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique du point matériel et de son énergie potentielle.

Activité 1



- 1 Dans l'expression « énergie cinétique », que signifie le mot « cinétique » ; à quelle grandeur est-il lié ?
- 2 Dans l'expression « énergie potentielle », à quelle grandeur est lié l'adjectif « potentielle » ?
- 3 Votre gomme tombe de la table ; son énergie potentielle a-t-elle varié ?

Lorsque l'énergie d'un solide varie (la gomme qui tombe de la table), c'est qu'il y a eu transfert d'énergie par travail des forces agissant sur le solide.

Nous allons étudier le travail d'une force qui traduit le transfert d'énergie lié à cette force, et le relier à l'énergie du système étudié.

C

Pour apprendre

1. Travail d'une force

On dit qu'une force travaille lorsque son point d'application se déplace.

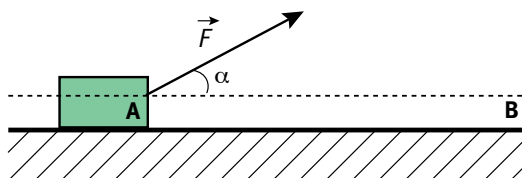
a) Cas particulier : travail d'une force constante

Une force est vectoriellement constante si ses trois caractéristiques (direction, sens et valeur) sont constantes.

Considérons le déplacement du point d'application d'une force d'un point A à un point B.

Le travail d'une force constante $\vec{F}$ est égal à : $W_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$ soit : $W_{A \rightarrow B} = \|\vec{F}\| \cdot \|\overrightarrow{AB}\| \cos(\vec{F}, \overrightarrow{AB})$, ce qui s'écrit : $W_{A \rightarrow B} = F \times AB \times \cos(\alpha)$.

$W_{A \rightarrow B}$ s'exprime en joules (J), F en newtons (N) et AB en mètres (m) ; α est l'angle entre le vecteur force $\vec{F}$ et la direction du déplacement du point d'application de $\vec{F}$.



Lorsque le travail de $\vec{F}$ est positif, il favorise le déplacement de A vers B ; on dit que le travail est moteur.

Lorsque le travail de $\vec{F}$ est négatif, le travail de $\vec{F}$ ne favorise pas le déplacement de l'objet de A vers B ; on dit que le travail est résistant.

Le travail d'une force constante ne dépend pas du chemin suivi.

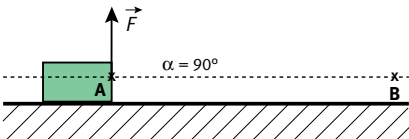
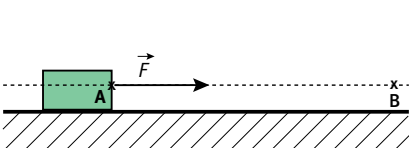
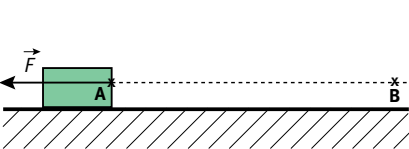
Quel que soit le chemin suivi par un solide soumis à une force constante pour aller d'un point A vers un point B, le travail de la force est le même. Le travail d'une force constante est indépendant du chemin suivi.

Activité 2

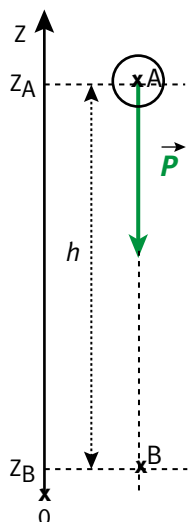


Déterminer l'expression du travail de la force $\vec{F}$ dans les trois cas suivants et préciser son signe.

Dans les trois cas, le point d'application de $\vec{F}$ se déplace de A vers B.

La force $\vec{F}$ est perpendiculaire au déplacement.		$W = \text{-----}$
La force $\vec{F}$ a la même direction et le même sens que le déplacement.		$W = \text{-----}$
La force $\vec{F}$ a la même direction que le déplacement mais un sens opposé.		$W = \text{-----}$

b) Le travail du poids d'un corps



Dans toute cette partie, on étudie des solides en interaction avec la Terre et à proximité de la Terre ; le champ de pesanteur $\vec{g}$ est supposé constant. Le poids $\vec{P}$ est une force vectoriellement constante.

Les altitudes sont repérées par rapport à un axe vertical Oz orienté vers le haut.

Considérons une balle en chute libre se déplaçant de A vers B suivant la verticale.

Le travail du poids $\vec{P}$ est égal à : $W_{A \rightarrow B} = P \times AB \cos(\alpha)$.

Nous avons donc : $W_{A \rightarrow B} = mg \, AB \cos 0^\circ = mg(z_A - z_B) = mgh$.

Le travail du poids est positif ; il est donc moteur.

Quel que soit le chemin suivi par un solide pour aller d'un point A vers un point B, le travail de la force est le même. Il ne dépend que de la différence d'altitude entre A et B, que l'on notera h.

Le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi.

Le travail du poids qui s'exerce sur un corps de masse m pour une hauteur de chute h est donné par la relation : $W = \pm mgh$.

Lorsque le poids $\vec{P}$ a la même direction et le même sens que le déplacement, il favorise le déplacement de A vers B ; le travail est positif ; on dit que le travail est moteur.

Lorsque le poids $\vec{P}$ a la même direction que le déplacement mais un sens opposé, il ne favorise pas le déplacement de l'objet de A vers B ; le travail est négatif ; on dit que le travail est résistant.

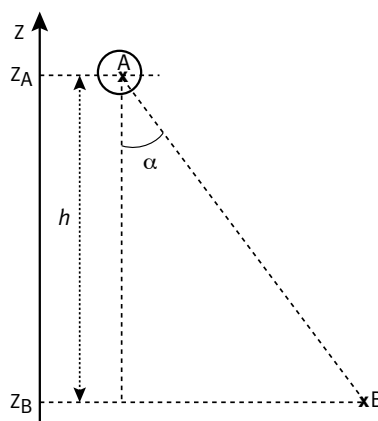
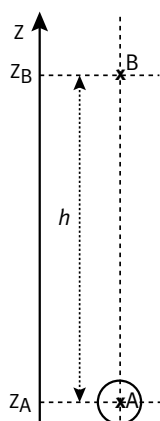
Activité 3



Exprimer, dans les deux cas suivants, le travail du poids $\vec{P}$ en fonction de m, g et h.

La balle est lancée vers le haut et se déplace de A vers B.

La balle est lancée vers le bas et se déplace de A vers B.



c) Travail d'une force quelconque

Dans un référentiel (R), considérons un point matériel M de masse m , de vitesse $\vec{v}$.

Par définition, la puissance d'une force $\vec{f}$ agissant sur le point matériel sera définie par : $P = \vec{f} \cdot \vec{v}$.

La puissance traduit la rapidité du transfert d'énergie sous forme de travail ; le travail élémentaire (c'est-à-dire sur un très faible déplacement) est par définition égal à : $\delta W(\vec{f}) = P dt = \vec{f} \cdot \vec{v} dt$.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{v} dt = d\vec{r}, \text{ ce qui donne : } \delta W(\vec{f}) = \vec{f} \cdot d\vec{r}.$$

Le travail de la force $\vec{f}$ pour un déplacement de A en B est donc égal à :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = \int_A^B (\vec{f} \cdot d\vec{r}).$$

Le travail d'une force s'exprime en joules (J) ; la puissance s'exprime en watts (W).

Activité 4 (On pourra admettre le résultat.)



Montrer, en utilisant la définition, que le travail du poids $\vec{P}$ agissant sur un point matériel, est égal à $W(\vec{P}) = mgz_A - mgz_B$ lorsque le point matériel se déplace de A à B ; Oz est un axe vertical orienté vers le haut.

On prendra pour le vecteur déplacement élémentaire $d\vec{r} = dx\vec{u}_x + dy\vec{u}_y + dz\vec{u}_z$ (le poids a pour direction Oz).

2. Force conservative ; énergie potentielle

a) Travail du poids et énergie potentielle de pesanteur

Dans toute cette partie, on étudie des solides en interaction avec la Terre et à proximité de la Terre ; le champ de pesanteur $\vec{g}$ est supposé constant (champ uniforme). Les altitudes sont repérées par rapport à un axe vertical Oz orienté vers le haut.

Nous avons vu que le travail du poids $\vec{P}$ agissant sur un point matériel est égal à $W(\vec{P}) = mgz_A - mgz_B$ lorsque le point matériel se déplace de A à B, Oz étant un axe vertical orienté vers le haut.

Le travail du poids apparaît comme étant l'opposé de la variation de la grandeur mgz qui est une grandeur ayant une unité d'énergie :

$$\Delta(mgz) = mgz_B - mgz_A = -W(\vec{P}).$$

La grandeur « mgz » est l'énergie potentielle de pesanteur du corps de masse m à l'altitude z , encore appelée énergie potentielle du corps en interaction avec la Terre ; nous la noterons E_{pp} .

$$E_{pp} = mgz + cte$$

E_{pp} s'exprime en joules (J), m en kilogrammes (kg), g en newtons par kilogramme ($N \cdot kg^{-1}$), z en mètres (m).

L'énergie potentielle de pesanteur du corps est choisie arbitrairement nulle à la surface de la Terre (à l'altitude $z = 0$) ; dans ce cas, la constante est nulle.

La variation d'énergie potentielle est égale à l'opposé du travail du poids :

$$\Delta E_{pp} = mgz_B - mgz_A = -W(\vec{P}) .$$

On dit que le poids est une force conservative.

Lorsque l'on augmente l'altitude d'un corps (par exemple lorsque l'on déplace une gomme du sol sur la table), on augmente l'énergie potentielle de pesanteur du corps ; si le corps chute, son énergie potentielle diminue.

L'énergie potentielle est une fonction de la position seulement.

b) Force conservative et énergie potentielle

Dans le paragraphe précédent, le poids est lié à l'énergie potentielle de pesanteur par la relation :

$$W(\vec{P}) = -\Delta E_{pp} ; \text{ la force } \vec{P} \text{ est dite conservative.}$$

Il existe d'autres forces conservatives : la force gravitationnelle, la force électrostatique de Coulomb, la force exercée par un ressort sur un objet,...

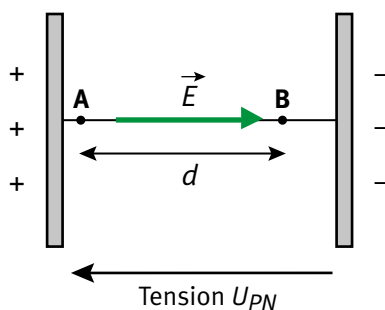
Soit $\vec{f}$ une de ces forces conservatives, elle vérifie : $W(\vec{f}) = -\Delta E_p$ où E_p est l'énergie potentielle liée à la force conservative $\vec{f}$.

Si $\vec{f}$ est une force conservative ; elle est liée à une énergie potentielle par : $\Delta E_p = -W(\vec{f})$.

c) Cas de la force électrique dans le cas d'un champ uniforme

Recherchons l'énergie potentielle liée à la force électrique exercée sur un électron de charge q se déplaçant dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$ régnant entre deux plaques chargées positivement et négativement ; la force exercée sur l'électron placé dans le champ électrique uniforme s'exprime par : $\vec{f} = q\vec{E}$.

L'électron se déplace entre deux points A et B distants de d .



Le travail de la force constante $\vec{f} = q\vec{E}$ est égal à : $W_{A \rightarrow B} = \vec{f} \cdot \overline{AB}$ soit : $W_{A \rightarrow B} = qE \times AB = qEd$.

Nous avons vu en 1^{re} S que : $E = \frac{U_{AB}}{d}$ avec U_{AB} la tension existant entre les points A et B.

La tension U_{AB} peut s'écrire : $U_{AB} = V_A - V_B$ où V_A est le potentiel du point A et V_B le potentiel du point B.

On obtient : $W_{A \rightarrow B} = qU_{AB} = q(V_A - V_B) = -(qV_B - qV_A) = -\Delta(qV)$.

Nous retrouvons l'énergie potentielle E_p puisque : $W_{A \rightarrow B} = -\Delta(qV) = -\Delta E_p$ avec $E_p = qV + cste$.

La force électrique $\vec{f} = q\vec{E}$ est une force conservative ; elle vérifie : $\Delta E_p = -W(\vec{f})$.

d) Cas de la force gravitationnelle

En 1687, Newton publie la loi de la gravitation universelle.

Dans le cas de deux corps A et B à répartition sphérique de masse m_A et m_B , la force d'interaction gravitationnelle exercée par A sur B a pour expression :

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -G \frac{m m'}{r^2} \vec{u}_r = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$

où G est la constante de gravitation ($G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI) et r la distance entre les centres de ces corps.

La force gravitationnelle est une force conservative.

L'énergie potentielle liée à la force gravitationnelle exercée par la Terre de masse M sur un satellite de masse m est donnée par : $E_p = -\frac{GMm}{r} + cste$.

Activité 5 (Approfondissement)



Démontrer la formule précédente en partant de $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \vec{u}_r$ avec $\vec{r} = r\vec{u}_r$ et $d\vec{r} = d(r\vec{u}_r) = dr\vec{u}_r + r d\vec{u}_r$.

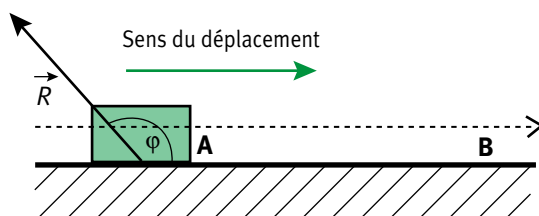
En résumé :

Force conservative	Énergie potentielle
$\vec{P} = m\vec{g}$ (le champ de pesanteur est uniforme)	$E_{pp} = mgz + cte$ (Oz orienté vers le haut)
$\vec{f} = q\vec{E}$ (le champ électrique est uniforme)	$E_p = qV + cste$
$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \vec{u}_r$	$E_p = -\frac{GMm}{r} + cste$

3. Force non conservative

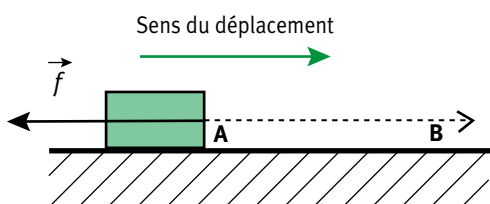
a) Travail d'une force non conservative

On considère une boîte se déplaçant sur une table horizontale à vitesse constante ; elle est soumise à plusieurs forces dont la force exercée par la table (voir figure ci-dessous).



Recherchons quel est le travail de la force $\vec{R}$ d'intensité constante lorsque le solide se déplace d'un point A à un point B : $W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = R \times AB \times \cos(\varphi)$. Le travail de cette force est négatif puisque l'angle φ est supérieur à 90° ; il est donc résistant. La force $\vec{R}$ est une force non conservative ; il n'est pas possible de trouver une grandeur correspondant à une énergie vérifiant : $W(\vec{R}) = -\Delta E_p$.

b) Cas particulier d'une force de frottement de direction opposée au mouvement



Le sens de la force de frottement $\vec{f}$ est opposé au sens du déplacement.

Il en résulte que $\cos(\varphi) = -1$ car φ est égal à 180° .

Donc, sur une distance AB, le travail de la force de frottement est égal à : $W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -f \times AB$.

4. Énergie cinétique

Dans le référentiel R, un corps de masse m en mouvement de translation avec une vitesse $\vec{v}$ à un instant donné possède une énergie, que l'on appelle énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$; E_c s'exprime en joules (J), m en kilogrammes (kg) et v en mètres par seconde ($m.s^{-1}$).

L'énergie cinétique est une grandeur caractéristique de l'état de mouvement d'un corps.

→ Application à la chute libre

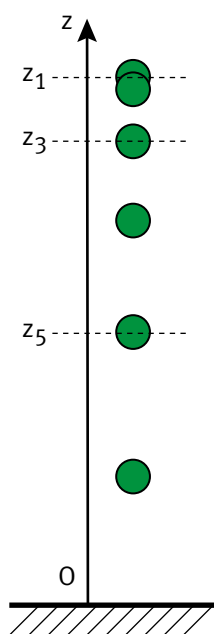
On considère la chute libre d'un solide en translation ; le solide n'est soumis à aucune autre force que le poids du solide.

La variation d'énergie potentielle du solide est égale à l'opposé du travail de son poids : $\Delta E_{pp} = mgz_B - mgz_A = -W(\vec{P})$.

Activité 6



Sur le document ci-contre, on a reproduit la chronophotographie (intervalle de temps τ) du mouvement de chute libre d'une balle de masse 35 g. À l'altitude z_1 , la balle est immobile. **Donnée :** $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.



Dans le tableau suivant, on donne, pour les différentes positions de la balle, son altitude et la vitesse du centre d'inertie de la balle V_G .

- ① Vous devez compléter le premier tableau en calculant l'énergie cinétique de la balle pour chaque position de la balle.

Positions	1	2	3	4	5	6
Altitude z (cm)	40,4	39,2	35,5	29,4	20,8	9,8
Vitesse v (m.s ⁻¹)	0	0,49	0,98	1,47	1,96	2,45
E_c (J)						

- ② Dans le deuxième tableau à compléter, on calculera la variation d'énergie cinétique et le travail du poids de la balle entre deux positions successives.

Rechercher une relation entre ΔE_c et $W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$.

Trajet	1 2	2 → 3	3 → 4	4 → 5
ΔE_c (J)				
$\Delta z = h$ (cm)	1,2	3,7	6,1	8,6
$W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$				

Par application de la conservation de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_{pp} + E_c = \text{constante}$$

$$\text{donc } \Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_c = 0$$

$$\text{donc } \Delta E_c = -\Delta E_{pp} = mgz_A - mgz_B = W(\vec{P})$$

$$\text{soit } \Delta E_c = E_{cB} - E_{cA} = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}).$$

La variation d'énergie cinétique du solide est donc égale au travail de son poids.

Ce raisonnement n'est valable que pour les solides soumis à des forces conservatives. Nous allons étudier le cas de solides soumis à des forces non conservatives dans le paragraphe suivant.

5. Énergie mécanique

L'énergie mécanique est égale à la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle :

$$E_m = E_p + E_c.$$

Dans un référentiel R considéré comme galiléen, considérons un point matériel M de masse m , de vitesse $\vec{v}$. Ce point matériel est soumis à des forces dont la somme vectorielle est égale à : $\sum \vec{F}$ et qui se décompose en une somme de forces conservatives $\sum \vec{f}$ et une somme de forces non conservatives $\sum \vec{R}$.

Dans quel cas l'énergie mécanique se conserve-t-elle ?

Si le point matériel se déplace entre deux instants de dates t et $t + \Delta t$, la variation d'énergie mécanique s'écrit : $\Delta E_m = \Delta E_p + \Delta E_c$.

La variation d'énergie potentielle ΔE_p est égale à l'opposé de la somme des travaux élémentaires de toutes les forces conservatives agissant sur le système : $\Delta E_p = -\sum W(\vec{f})$.

Dans le référentiel galiléen R, le théorème de l'énergie cinétique permet de déterminer la variation ΔE_c qui est égale à la somme des travaux de toutes les forces agissant sur le système : $\Delta E_c = \sum W(\vec{f}) + \sum W(\vec{R})$.

$$\Delta E_m = \Delta E_p + \Delta E_c = \left(-\sum W(\vec{f})\right) + \left(\sum W(\vec{f}) + \sum W(\vec{R})\right) = \sum W(\vec{R}).$$

La variation d'énergie mécanique ΔE_m est donc égale à la somme des travaux de toutes les forces non conservatives.

→ **Théorème de l'énergie mécanique**

Il y aura conservation de l'énergie mécanique :

- si la somme des travaux de toutes les forces non conservatives est nulle ;
- ou s'il n'y a aucune force non conservative.

$$\Delta E_m = \sum W(\vec{R}_{\text{non conservatives}})$$

→ **Dissipation de l'énergie mécanique**

Considérons un système soumis à une force non conservative (force de frottement par exemple) ; il y aura dissipation de l'énergie mécanique si le travail de la force non conservative n'est pas nul.

Activité 7



Transformation d'énergie potentielle en énergie cinétique dans une chute libre

On étudie dans cette activité le mouvement de chute libre d'une balle de masse $m = 35$ g dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen ; lorsque la balle est lâchée sans vitesse initiale, le travail du poids augmente son énergie

cinétique puisque sa vitesse augmente ; la balle se rapproche de la Terre, son énergie potentielle de pesanteur diminue.

Calculer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur de la balle (de l'activité 6) pour les différentes positions de la balle et voir comment évoluent ces deux grandeurs.

	Position 1	Position 2	Position 3	Position 4	Position 5	Position 6
Altitude z (cm)	40,4	39,2	35,5	29,4	20,8	9,8
Vitesse v (m.s ⁻¹)	0	0,49	0,98	1,47	1,96	2,45
E_c (J)						
E_{pp} (J)						
$E_c + E_{pp}$ (J)						

Pour un mouvement de projectiles où la seule force non négligeable est le poids du projectile qui est une force conservative, nous aurons l'égalité : $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgz = \text{cste.}$

Activité 8



- Exprimer et calculer la vitesse d'une balle de ping-pong de 2,4 g lâchée sans vitesse initiale à une hauteur de 2,50 m et qui tombe sur le sol en négligeant les frottements.
- En réalité, la vitesse est égale à 6,0 m.s⁻¹. Exprimer et calculer le travail de la force $\vec{f}$ de frottement agissant sur la balle (on néglige la poussée d'Archimède).

Donnée $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.

Activité 9



On considère le Soleil comme un astre à symétrie sphérique de centre S. On étudie, dans le référentiel héliocentrique, le mouvement d'un astre (M) assimilable à un point matériel de masse m . Celui-ci n'est soumis qu'à la force de gravitation due au Soleil ; on néglige l'attraction exercée par les autres planètes du système solaire. On notera M_s la masse du Soleil, r la distance entre les centres du Soleil et de l'astre et G la constante de gravitation universelle.

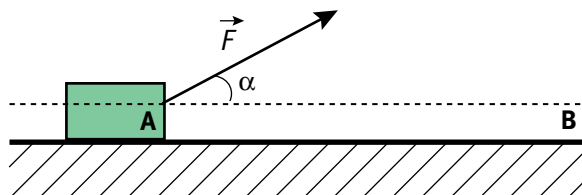
- Exprimer l'énergie mécanique de l'astre en fonction de G , de M_s , de m , de r et de v la vitesse de l'astre sur son orbite.
- Montrer que l'énergie mécanique de l'astre (M), que l'on notera E_m , reste constante au cours du mouvement.
- Une trajectoire particulière de (M) est un cercle de centre S et de rayon a . Démontrer que le mouvement est uniforme.

D

Pour conclure

1. Résumé du chapitre

→ Travail d'une force constante



Le travail d'une force constante $\vec{F}$ est égal à : $W_{A \rightarrow B} = F \times AB \times \cos(\alpha)$.

$W_{A \rightarrow B}$ s'exprime en joules (J), F en newtons (N) et AB en mètres (m).

Si $\vec{F}$ est une force conservative, elle est liée à une énergie potentielle

par : $\Delta E_p = -W(\vec{F})$.

Force conservative	Énergie potentielle
$\vec{P} = m\vec{g}$ (le champ de pesanteur est uniforme)	$E_{pp} = mgz + cte$ (Oz orienté vers le haut)
$\vec{F} = q\vec{E}$ (le champ électrique est uniforme)	$E_p = qV + cste$

L'énergie mécanique est égale à la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle :

$$E_m = E_p + E_c$$

→ Théorème de l'énergie mécanique $\Delta E_m = \sum W(\vec{R}_{non\ conservative})$

→ Dissipation de l'énergie mécanique

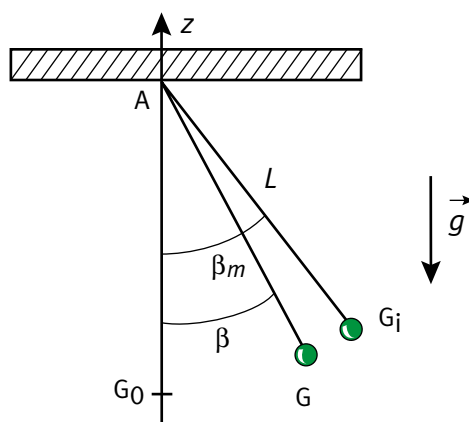
Considérons un système soumis à une force non conservative (force de frottement par exemple), il y aura dissipation de l'énergie mécanique si le travail de la force non conservative n'est pas nul.

2. Exercices d'apprentissage

Exercice 1 Énergie d'un pendule

On étudie un pendule simple constitué d'un objet ponctuel de masse m , attaché à l'une des extrémités d'un fil inextensible, de masse négligeable et de longueur L . Les frottements sont négligés. L'autre extrémité du fil est attachée en un point fixe A. Écarté de sa position d'équilibre G_0 , le pendule oscille sans frottement avec une amplitude β_m .

Ce pendule est placé dans le champ de pesanteur.



G_i est la position initiale à partir de laquelle le pendule est abandonné sans vitesse initiale. Une position quelconque G est repérée par β , élongation angulaire mesurée à partir de la position d'équilibre.

- ❶ Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'objet en G sachant que sa vitesse est alors v .
- ❷ Faire le bilan des forces agissant sur l'objet.
- ❸ On prendra l'origine des énergies potentielles en G_0 , origine de l'axe des z . Exprimer l'énergie potentielle de l'objet en G .
- ❹ Donner l'expression de l'énergie mécanique en fonction de m , de g , de L , de v et de β .
- ❺ Pourquoi l'énergie mécanique se conserve-t-elle ?
- ❻ Exprimer la vitesse v_0 de l'objet lorsqu'il passe en G_0 , en fonction de m , de g , de L , et de β_m .

Exercice 2 Plan incliné

Une bille est lâchée sans vitesse initiale d'un point A (de coordonnées x_A et y_A) situé en haut d'un plan incliné réglable très lisse sur lequel la bille glisse sans frottement.

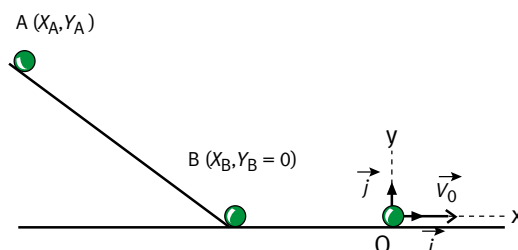


Figure 2

Ensuite, la bille roule entre les points B et O : sur cette portion, on considérera que la valeur de la vitesse du centre d'inertie de la bille reste constante ; ainsi on aura $v_B = v_0$.

Sur la portion AB, on peut considérer que la bille est soumise à deux forces constantes : le poids $\vec{P}$ et la force exercée par le plan incliné $\vec{R}$. En un point quelconque du trajet AB, ces vecteurs forces sont représentés sur la figure ci-après (représentation sans considération d'échelle).

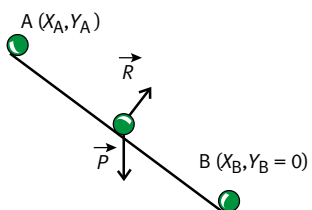


Figure 3

- ❶ Ces forces sont-elles conservatives ?
- ❷ Quel est le travail de la force $\vec{R}$ sur le trajet AB ?
- ❸ L'énergie mécanique du système {bille-Terre} se conserve-t-elle entre A et B ?
- ❹ L'origine des énergies potentielles de pesanteur est prise au point O d'altitude $y_O = 0$. On a donc $E_p(O) = 0$.
Établir l'expression de l'énergie mécanique $E_m(A)$ de la bille en A en fonction de y_A .
- ❺ Établir l'expression de l'énergie mécanique $E_m(B)$ de la bille en B en fonction de v_B .
- ❻ En déduire l'expression de y_A en fonction de $v_0 = v_B$.
- ❼ Calculer y_A pour que v_0 ait la valeur de $2,0 \text{ m.s}^{-1}$.

Donnée $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

3

Dissipation d'énergie pour un oscillateur

A

Objectifs d'apprentissage

- ▶ Connaître les caractéristiques de la force de rappel exercée par un ressort.
- ▶ Savoir appliquer la deuxième loi de Newton au solide dans le cas d'un dispositif oscillant horizontalement et savoir effectuer la résolution analytique de l'équation différentielle.
- ▶ Connaître les trois régimes de l'oscillateur amorti.
- ▶ Pratiquer une démarche expérimentale pour mettre en évidence les différents paramètres influençant la période d'un oscillateur mécanique.
- ▶ Pratiquer une démarche expérimentale pour étudier l'évolution des énergies cinétique, potentielle et mécanique d'un oscillateur.

B

Pour débiter

La première horloge mécanique est apparue au x^e siècle. Galilée imagine, en 1638, d'utiliser les propriétés d'un pendule simple pour perfectionner le mécanisme de régulation des horloges mais c'est Huygens (1629-1695) qui réussira à résoudre les problèmes liés à l'utilisation du pendule et mettra au point l'horloge à balancier.

Le balancier d'une horloge s'appelle, en physique, un pendule pesant qui est plus difficile à étudier que le pendule simple.

Activité 10



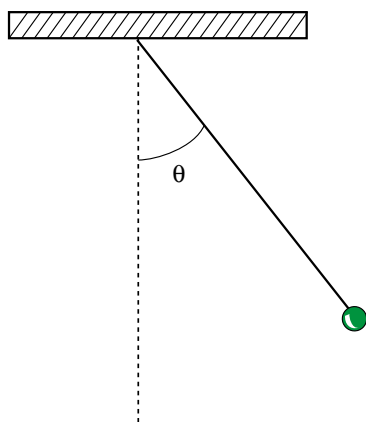
On souhaite déterminer les paramètres influençant la période du pendule.

Partie 1 – Mesurer la période avec un chronomètre

Un pendule simple est constitué d'un fil de longueur ℓ inextensible et de masse négligeable auquel est accroché un objet de masse m .

Écarté de sa position initiale d'un petit angle ($\theta = 30^\circ$) et lâché sans vitesse initiale, il effectue un mouvement périodique d'allée et venue (oscillation) d'une durée T appelée période.

- 1 Dans quel référentiel étudie-t-on le mouvement du pendule ?
- 2 Tracer la trajectoire de la masse suspendue au fil. Que peut-on dire de ce mouvement ?
- 3 À quel moment de l'oscillation est-il préférable de déclencher le chronomètre ? Pourquoi ?



- 4 Le temps de propagation de l'influx nerveux dans le corps humain est de l'ordre d'un dixième de seconde, c'est donc l'ordre de grandeur de l'erreur commise par le chronomètre quand il effectue la mesure d'une durée.

Déclencher et stopper le chronomètre électronique de votre montre, par exemple (qui affiche les durées avec une précision du centième de seconde), le plus rapidement possible afin d'obtenir la durée la plus courte possible.

Essais effectués avec une montre :

Essais	1	2	3	4	5
Durée	0,19 s	0,23	0,18	0,21	0,22

Quel est l'ordre de grandeur du temps nécessaire pour déclencher et stopper le chronomètre ?

- 5 La précision de la mesure manuelle d'une durée au chronomètre électronique de laboratoire est de plus ou moins un dixième de seconde. Pour déterminer la période, pourquoi est-il préférable de mesurer la durée de plusieurs oscillations (10 par exemple) plutôt que d'une seule ?
- 6 On effectue cinq essais et on compare les résultats obtenus avec un chronomètre de laboratoire sur une oscillation du pendule, sur 10 oscillations puis avec un capteur branché sur ordinateur.

Chronomètre de laboratoire (une oscillation)

Essais	1	2	3	4	5
Période	1,13 s	0,94 s	1,04 s	1,08 s	1,12 s

Chronomètre de laboratoire (10 oscillations)

Compléter le tableau suivant :

Essais	1	2	3	4	5
Durée de 10 oscillations	10,42 s	10,12s	10,23 s	10,34 s	10,18 s
Période (S)					

Capteur

Essais	1	2	3	4	5
Période (S)	1,022	1,021	1,023	1,020	1,021

- a) Quel est l'écart obtenu entre la plus grande mesure et la plus petite mesure pour chaque tableau ?
- b) Calculer la valeur moyenne de la période pour chaque tableau :

$$T_{moy} = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5}{5} .$$

Conclure sur la précision des mesures.

Partie 2 – Influence de la longueur du fil

On recherche si La période T du pendule simple dépend de la longueur du fil.

Plusieurs mesures de la période T ont été effectuées pour des longueurs ℓ de fil différentes :

ℓ (m)	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60
T (s)	0,64	0,90	1,10	1,26	1,42	1,54

On utilisera le tableur d'un ordinateur (ou une feuille de papier millimétré et la calculatrice).

- 1 Tracer T en fonction de ℓ . Obtient-on une droite ?
- 2 a) Calculer $\sqrt{\ell}$ pour chaque valeur du tableau.
b) Tracer T en fonction de $\sqrt{\ell}$. Obtient-on une droite ?
- 3 Laquelle des deux courbes tracées permet de trouver rapidement une relation simple entre la période T et la longueur ℓ ?
- 4 Comparer le coefficient directeur de la droite obtenue avec $\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$ sachant que $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.

Partie 3 – Influence de la masse de la boule et de l'écart à l'équilibre

- 1 Plusieurs mesures de la période T ont été effectuées pour des pendules de masses différentes mais de même longueur (50 cm) :

m (g)	T (s)
50g	1,42
100g	1,43
150g	1,42

La masse influe-t-elle sur la période du pendule simple ?

- 2 On considère un pendule constitué par un objet de masse m ($m = 50 \text{ g}$) et un fil de longueur 27 cm. On augmente l'amplitude des oscillations, c'est-à-dire l'angle φ , et on mesure la période T .

φ (°)	8	10	15	20	30	40
T (s)	1,04	1,04	1,05	1,06	1,09	1,12

Pour quelles valeurs de l'angle φ la valeur mesurée de la période est-elle indépendante de l'angle initial ?

Recopier dans le cadre ci-dessous les conclusions du corrigé de l'activité.

1. Les systèmes oscillants

Un phénomène est dit périodique lorsqu'il se reproduit identique à lui-même à intervalles de temps successifs égaux appelés périodes. Parmi les phénomènes périodiques, certains se caractérisent par la variation d'une grandeur physique autour d'une valeur moyenne, ces phénomènes sont dits oscillants (par exemple le pendule simple).

→ Cas d'un ressort vertical (ou horizontal)

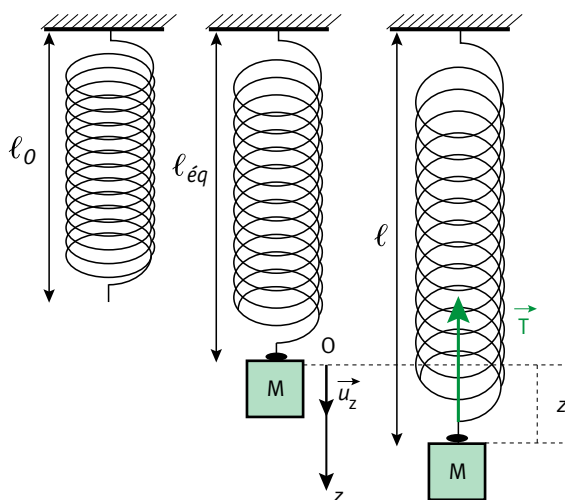
Force de rappel exercée par un ressort

Considérons l'action exercée par un ressort (à spires non jointives considéré comme parfait) sur un objet suspendu à ce ressort. Cette action est modélisée par une force $\vec{T}$ (appelée aussi tension du ressort) qui a pour caractéristiques :

- sa direction : celle de l'axe du ressort (appelée droite d'action ou support de la force),
- son sens : de O vers le haut si le ressort est étiré (de O vers le bas si le ressort est comprimé),
- sa valeur (ou intensité) est proportionnelle à l'allongement $|\Delta\ell| = |\ell - \ell_0|$ du ressort : $T = k|\Delta\ell| = k|\ell - \ell_0|$.

La relation de proportionnalité entre la valeur de la force exercée par le ressort sur l'objet et l'allongement du ressort n'existe que si le ressort est à spires non jointives.

Le vecteur force $\vec{T}$ est appliqué au point de contact et a pour expression vectorielle : $\vec{T} = -k(\ell - \ell_0)\vec{u}_z$.



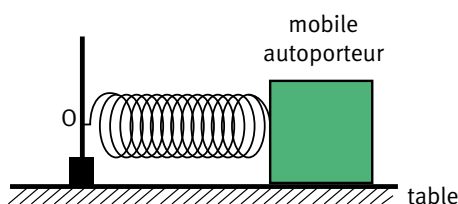
k est la constante de raideur du ressort (k s'exprime en $N.m^{-1}$) ; ℓ : longueur du ressort ; ℓ_0 : longueur à vide du ressort.

Activité 11



Un ressort horizontal à spires non jointives a une longueur à vide ℓ_0 ($\ell_0 = 15 \text{ cm}$) et une constante de raideur k ($k = 30 \text{ N.m}^{-1}$).

Une de ses extrémités est fixée sur une table horizontale ; l'autre est reliée à un mobile autoporteur.



À un instant de date t , la longueur ℓ du ressort est de 20 cm .

Déterminer les caractéristiques de la force exercée par le mobile autoporteur sur le ressort ; représenter cette force sur un schéma.

2. L'oscillateur non amorti (dit harmonique)

a) Équation différentielle du mouvement

Le schéma 1 ci-dessous représente un mobile autoporteur attaché à un ressort dont l'autre extrémité est fixée en un point A.

Nous allons étudier les oscillations de ce système en ne considérant que les mouvements pour lesquels le centre d'inertie G du mobile se déplace sur un axe noté Ax.

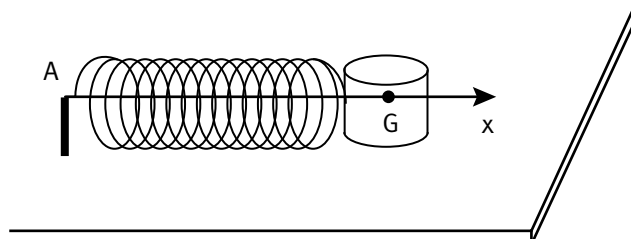


Schéma 1

On étudie le mouvement de translation rectiligne du mobile dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

Appliquons la deuxième loi de Newton au centre d'inertie du mobile dans ce référentiel.

Les forces appliquées au mobile autoporteur, sont :

- le poids $\vec{P}$ du mobile,
- la force $\vec{R}$ modélisant l'action d'un coussin d'air,
- la force $\vec{T}$ exercée par le ressort.

Exprimons la somme vectorielle des forces : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}$. Nous admettrons que les frottements lors du déplacement sont négligeables ; en effet, le mobile autoporteur éjecte par sa base de l'air sous pression, ce qui lui permet de se déplacer sur coussin d'air, donc pratiquement sans frottement ; les deux forces $\vec{P}$ et $\vec{R}$ se compensent (voir schéma 2).

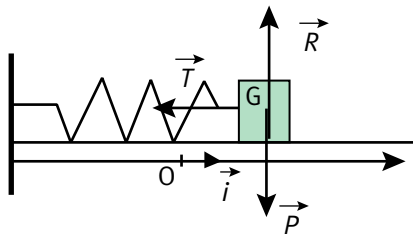


Schéma 2

Dans le référentiel galiléen considéré, appliquons la deuxième loi de Newton au centre d'inertie G : $m\vec{a}_G = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}$.

On projette cette relation vectorielle sur l'axe Ox, O étant la position de repos du centre d'inertie G avec $(\ell - \ell_0) = x$: $m \frac{d^2x}{dt^2} = 0 + 0 - k(\ell - \ell_0) \Rightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$
 $\Rightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$ soit $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$

On pose : $\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$.

Nous admettons que la solution de cette équation différentielle est de la forme : $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

X_m et φ sont déterminés par les conditions initiales.

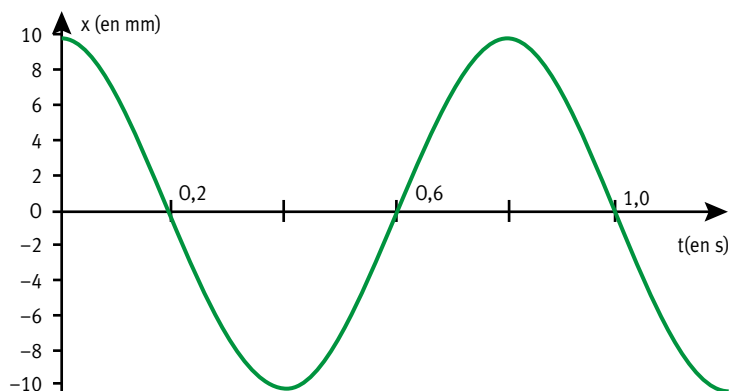
X_m correspond à l'amplitude des oscillations ; elle s'exprime en mètres (m) ; φ est la phase à l'origine en radians ; ω_0 est la pulsation propre du système ressort-solide en radians par seconde (s^{-1}).

Activité 12



Vérifier que $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est bien solution de l'équation différentielle.

La solution de l'équation différentielle étant de la forme : $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$, le mouvement est sinusoïdal :



La solution peut aussi s'écrire : $x = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$

Ce mouvement est périodique de période propre T_0 qui s'exprime par : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$.

La période propre est indépendante de l'amplitude des oscillations ; on dit qu'il y a **isochronisme des oscillations**.

Activité 13



On considère un ressort horizontal à spires non jointives de longueur à vide ℓ_0 ($\ell_0 = 15 \text{ cm}$) et de constante de raideur k ($k = 30 \text{ N.m}^{-1}$) ; une de ses extrémités est fixée sur une table horizontale ; l'autre est reliée à un mobile autoporteur. On néglige les frottements.

À l'instant de date $t = 0$, le ressort est écarté d'une longueur ℓ_1 ($\ell_1 = 20 \text{ cm}$) et lâché sans vitesse initiale.

La solution de l'équation différentielle donnant l'élongation $x = \ell - \ell_0$ est de la forme : $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$; déterminer X_m et φ dans ce cas.

Activité 14



Vérifier par analyse dimensionnelle que $\sqrt{\frac{m}{k}}$ est bien homogène à un temps.

b) Interprétation énergétique

Reprenons le bilan des forces appliquées au mobile autoporteur du schéma 2 de la page précédente :

- le poids $\vec{P}$ du mobile,
- la force $\vec{R}$ modélisant l'action d'un coussin d'air,
- la force $\vec{T}$ exercée par le ressort.

Quelles forces sont conservatives ?

La force $\vec{R}$, modélisant l'action d'un coussin d'air, est non conservative.

Le poids est une force conservative, de même que la force exercée par le ressort.

La force $\vec{T} = -k(\ell - \ell_0)\vec{i}$ étant une force conservative, elle est donc liée à une énergie potentielle E_p .

→ Énergie potentielle élastique

Nous admettons que l'énergie potentielle (élastique) liée à la force $\vec{T} = -k(\ell - \ell_0)\vec{i}$ a pour expression : $E_p = \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0)^2 + \text{cte}$. La constante pourra être choisie nulle pour la position d'équilibre.

L'énergie mécanique est-elle conservée ?

L'énergie mécanique est constante.

D'après le théorème de l'énergie mécanique, $\Delta E_m = W(\vec{R})$; $\vec{R}$ est la seule force non conservative qui est perpendiculaire au mouvement ; elle ne travaille donc pas $\Rightarrow \Delta E_m = W(\vec{R}) = 0$.

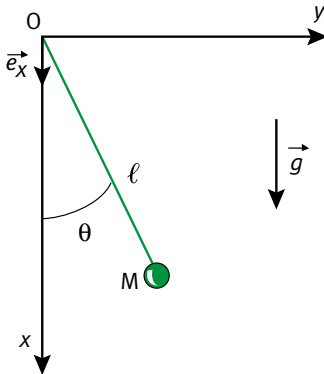
Activité 15



En partant de $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$, montrer que l'énergie mécanique est égale à $\frac{1}{2} k X_m^2$.

En résumé : tout système physique dont un paramètre vérifie une équation du type : $\frac{d^2 u}{dt^2} + \omega_0^2 u = 0$ est un oscillateur harmonique.

c) Cas du pendule simple



Reprenons le pendule simple de l'introduction du chapitre 3.

Il peut effectuer des mouvements de rotation dans le plan vertical (Oxy), autour de l'axe horizontal (Oz).

La position de l'objet M est repérée par l'angle θ que fait le fil avec la verticale.

L'étude est menée dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. Les frottements sont négligés.

L'ensemble ainsi décrit se trouve dans le champ de pesanteur terrestre caractérisé par le vecteur tel que $\vec{g} = g\vec{e}_x$.

Bilan des forces appliquées à M :

- le poids $\vec{P} = m\vec{g}$,
- et la force exercée par le fil $\vec{T}$.

Activité 16



La deuxième loi de Newton appliquée au système permet d'obtenir, pour des angles quelconques, la relation : $\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell} \sin \theta = 0$. Le pendule simple est-il un oscillateur harmonique ?

Activité 17



Pour des angles inférieurs à 15° , la relation devient : $\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell} \theta = 0$.

À l'instant $t = 0$, l'objet M est abandonné sans vitesse initiale d'une position repérée par l'angle θ_0 petit.

La solution de l'équation différentielle est de la forme : $\theta = \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

Rechercher θ_m et φ à partir des conditions initiales.

Exprimer la période propre des oscillations du pendule en fonction de g et ℓ .

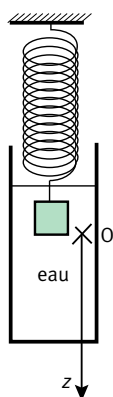
Activité 18



Déterminer, pour une position du pendule repérée par un angle θ quelconque, l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_p de l'objet M en fonction de m , de ℓ , de θ et de g , accélération de la pesanteur. On prendra la référence de l'énergie potentielle de pesanteur dans la position repérée par l'angle $\theta = 90^\circ$.

3. L'oscillateur amorti

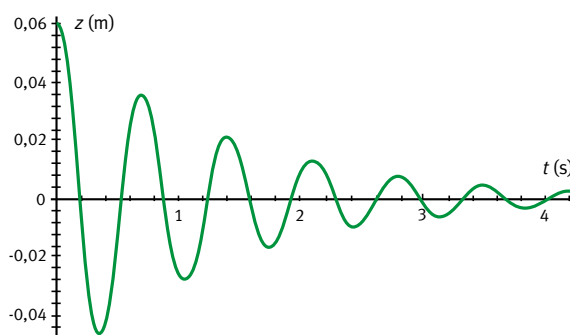
a) Présentation expérimentale du phénomène



À un ressort vertical accroché à un support, on suspend un objet de masse m et on le fait osciller verticalement de part et d'autre de sa position de repos (point 0).

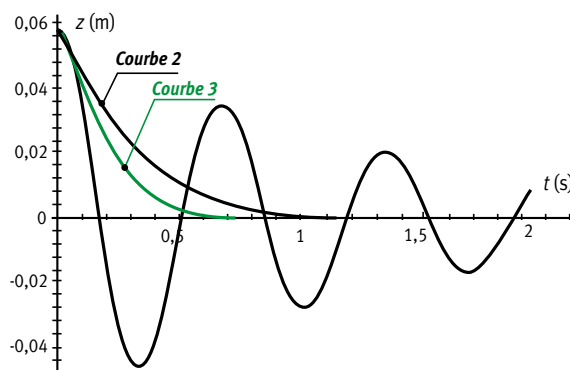
On enregistre les positions de l'objet.

Si l'on place l'objet dans de l'eau, par exemple, on obtient la courbe suivante représentant z en fonction du temps.



L'amplitude des oscillations diminue peu à peu. Ces oscillations sont appelées pseudo-périodiques, T étant la pseudo-période ; nous avons un régime pseudo-périodique.

Augmentons les frottements en prenant, à la place de l'eau, des liquides plus visqueux. On obtient les courbes suivantes :



Si les frottements augmentent et atteignent une valeur limite dite valeur critique, le mobile accroché au ressort n'oscille plus mais regagne simplement sa position d'équilibre (courbe 2) ; nous avons un régime critique.

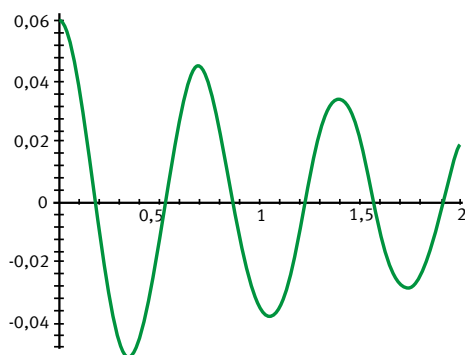
Si les frottements sont encore plus grands que cette valeur critique (on place de la glycérine dans l'éprouvette par exemple), un phénomène analogue se produit ; la masse rejoint la position d'équilibre d'autant plus lentement que les frottements sont importants (courbe 3) ; nous avons un régime apériodique.

Activité 19

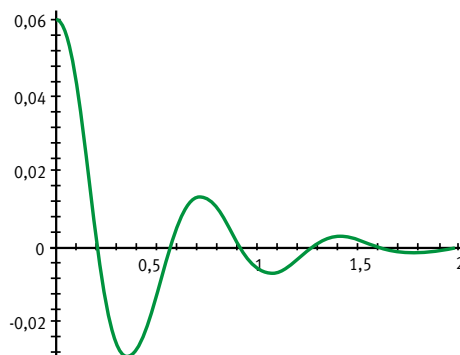
Deux enregistrements ont été réalisés avec des amortissements différents.



Courbe A



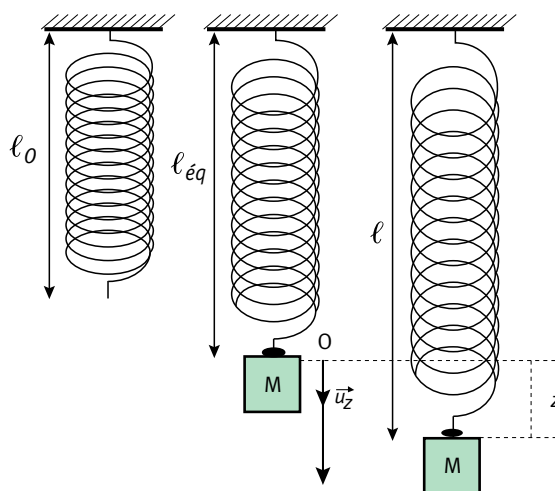
Courbe B



- ① Quelle est la courbe correspondant à l'amortissement le plus important ?
Quelle est l'influence de l'amortissement sur l'amplitude des oscillations ?
- ② Déterminer la pseudo-période du mouvement pour chaque enregistrement.

b) Équation différentielle du mouvement

Sur l'exemple du a), recherchons l'équation différentielle du mouvement.



On prendra, compte tenu du schéma ci-dessus : $\ell - \ell_{\text{eq}} = z$.

Système : objet de masse m

Inventaire des forces :

- le poids du système $\vec{P} = mg\vec{u}_z$;
- la force exercée par le ressort sur le système : $\vec{T} = -k(\ell - \ell_0)\vec{u}_z$;
- nous admettrons que la force de frottement due au liquide s'exprime par : $\vec{f} = -h\vec{v}$;
- la poussée d'Archimède : $\vec{P}_A = -\rho_{\text{eau}}V_{\text{sys}}g\vec{u}_z = -P_A\vec{u}_z$.

Dans le référentiel galiléen considéré, appliquons la deuxième loi de Newton au centre d'inertie G :

$$m\vec{a} = mg\vec{u}_z - P_A\vec{u}_z - k(\ell - \ell_0)\vec{u}_z - h\vec{v}.$$

On projette cette relation vectorielle sur l'axe Oz, O étant la position de repos du

centre d'inertie G : $m \frac{d^2z}{dt^2} = mg - P_A - k(\ell_{\text{eq}} + z - \ell_0) - h \frac{dz}{dt}.$

Or, à l'équilibre, on a : $mg - P_A - k(\ell_{\text{eq}} - \ell_0) = 0$ d'où : $m \frac{d^2z}{dt^2} + h \frac{dz}{dt} + kz = 0.$

Nous n'avons plus une équation du type oscillateur harmonique ; le terme $h \frac{dz}{dt}$ est responsable de l'atténuation des oscillations.

c) Interprétation énergétique

L'énergie mécanique est progressivement dissipée par les frottements.

L'énergie mécanique n'est pas constante.

La variation d'énergie mécanique est égale au travail de la force de frottement.

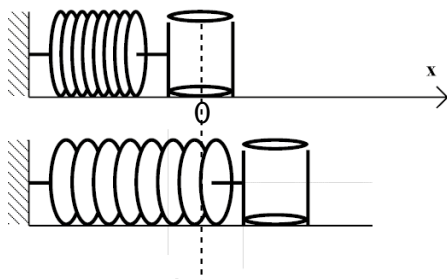
Ce travail est négatif ; l'énergie mécanique diminue au cours du temps.

Activité 20



On dispose d'un système solide-ressort constitué d'un mobile de masse m accroché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur k .

Données $m = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ g} ; k = 2,0 \cdot 10^1 \text{ N.m}^{-1}.$

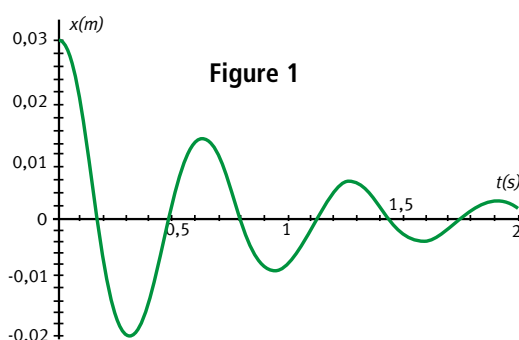


Le mobile assimilé à son centre d'inertie G peut osciller horizontalement sur une tige parallèlement à l'axe Ox. On étudie son mouvement dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. Le point O coïncide avec la position de G lorsque le ressort est au repos.

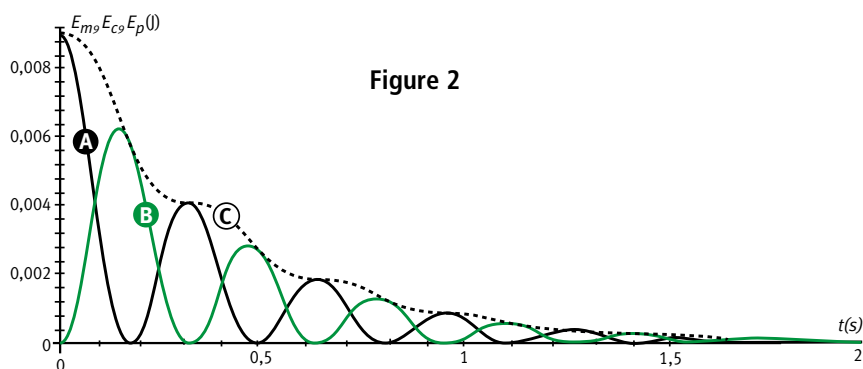
Les frottements peuvent être modélisés par une force dont la valeur est proportionnelle à celle de la vitesse et dont le sens est opposé à celui du mouvement : $\vec{f} = -h\vec{v}.$

Le module est écarté de sa position de repos et lâché sans vitesse initiale.

Un dispositif d'acquisition de données permet de connaître à chaque instant la position du mobile (figure 1).



Un logiciel de traitement fournit les courbes de variation, en fonction du temps, de l'énergie mécanique (E_m), de l'énergie cinétique (E_c) et de l'énergie potentielle élastique (E_p) du système solide-ressort (figure 2).



- 1 À l'aide de la figure 1, déterminer la pseudo-période T du mouvement.
Comparer sa valeur à celle de la période propre.
- 2 Identifier par leur lettre (A, B ou C) les courbes $E_c(t)$, $E_p(t)$ et $E_m(t)$ de la figure 2 en justifiant les réponses.
- 3 Pourquoi l'énergie mécanique du système diminue-t-elle au cours du temps ?
- 4 On considère les deux instants particuliers de dates t_1 et t_2 ($t_1 = 0,315$ s et $t_2 = 0,473$ s).
En utilisant la figure 1 et en justifiant la réponse, indiquer auquel de ces instants la valeur de la vitesse du mobile est :
 - a) maximale ;
 - b) nulle.
- 5 Que peut-on en conclure quant à la valeur de la force de frottement à chacun de ces instants ?
- 6 Justifier alors la forme « en escalier » de la courbe $E_m(t)$ de la figure 2.



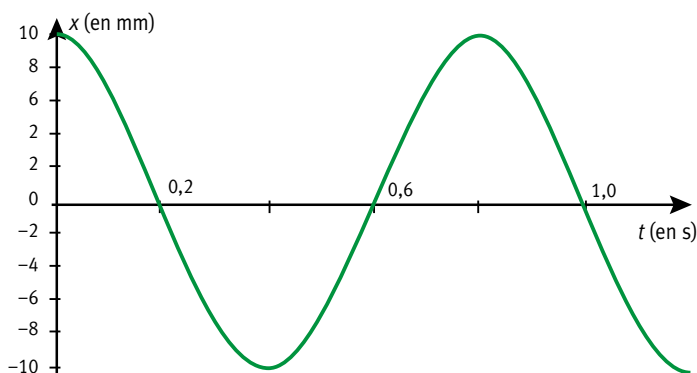
Pour conclure

1. Résumé du chapitre

→ Cas d'un oscillateur harmonique (sans frottement)

Tout système physique dont un paramètre vérifie une équation du type :

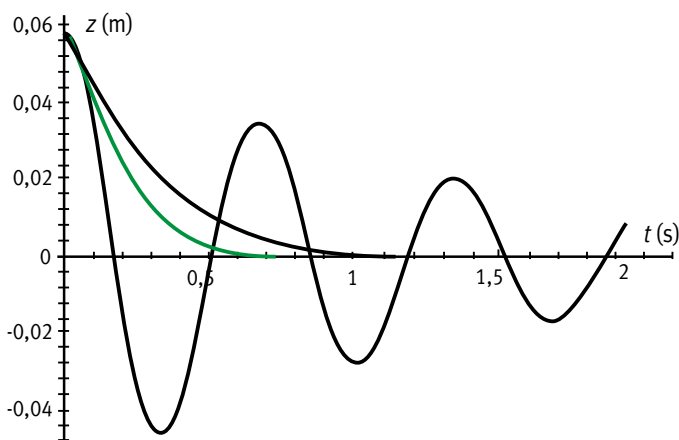
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \text{ est un oscillateur harmonique. La solution de l'équation différentielle étant de la forme : } x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi), \text{ le mouvement est sinusoïdal :}$$



La période propre est indépendante de l'amplitude des oscillations; on dit qu'il y a isochronisme des oscillations. L'énergie mécanique est constante.

→ Cas d'un oscillateur amorti (avec frottement)

L'énergie mécanique est progressivement dissipée par les frottements.

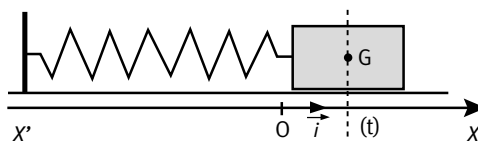


Si les frottements augmentent et atteignent une valeur limite dite valeur critique, le mobile accroché au ressort n'oscille plus mais regagne simplement sa position d'équilibre.

2. Exercices d'apprentissage

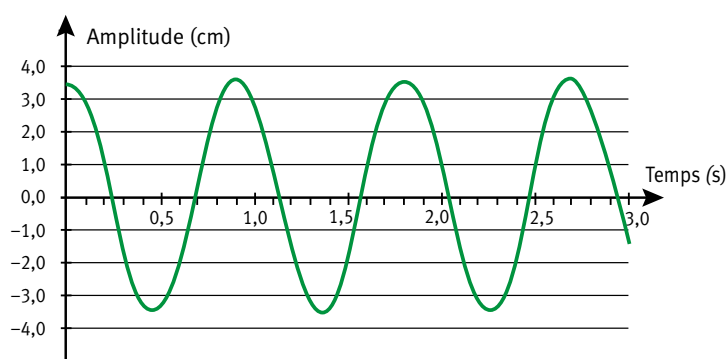
Exercice 3 Oscillateur harmonique

Un solide S est relié à un ressort dont l'autre extrémité est fixe. Le solide de masse m égale à 205 g et de centre d'inertie G peut glisser sur un rail à coussin d'air horizontal. Le ressort, à spires non jointives, a une masse négligeable et une constante de raideur k égale à 10,0 N.m⁻¹. Au repos, G est en O .



À un instant t , la position du solide est repérée par l'abscisse $x(t)$ sur l'axe $(O, \vec{i})$: $x(t)$ représente donc également l'allongement du ressort. Un dispositif d'acquisition a permis d'obtenir l'enregistrement des oscillations.

❶ a) Comment qualifier, d'après le document suivant, les oscillations obtenues ?



b) Faire le bilan des forces s'exerçant sur S .

c) Montrer que, dans ces conditions, l'équation différentielle du mouvement

$$\text{s'écrit : } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0.$$

❷ Le pendule est assimilable à un oscillateur harmonique.

a) Déterminer l'expression de la période propre T_0 en fonction de k et de m .

b) Calculer la valeur de T_0

c) Déterminer la valeur expérimentale $T_{0,exp}$. Comparer avec la valeur calculée en ❷ b).

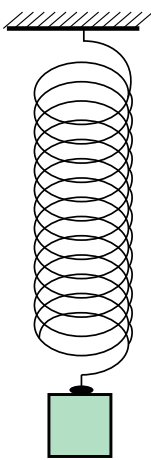
- 3 a) Comment appelle-t-on les énergies ayant respectivement pour expressions

$$\frac{1}{2}kx^2 \text{ et } \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 ?$$

- b) Pour un lâcher sans vitesse initiale, l'équation différentielle a pour solution

$$x(t) = X_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right). \text{ Montrer que l'énergie mécanique a pour expression } E_m = \frac{1}{2}kX_m^2.$$

Exercice 4 Oscillateur vertical



À un ressort vertical accroché à un support, on suspend une masse m et on la fait osciller verticalement de part et d'autre de sa position de repos ; on obtient un phénomène périodique.

On mesure la période T des oscillations pour différentes valeurs de la masse m , le ressort étant écarté toujours de la même façon ; les mesures sont notées dans le tableau suivant.

$m(\text{g})$	50	70	100	120	150	200
$T(\text{s})$	0,66	0,78	0,94	1,02	1,14	1,32

- 1 La période T dépend-elle de la masse ? Qu'observe-t-on pour la période lorsque la masse est multipliée par 4 ?
- 2 La période T s'exprime par : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ où k est une constante dépendant du ressort exprimée en N.m^{-1} . Montrer que les mesures du tableau permettent de vérifier la formule. Calculer la constante k .
- 3 Sur la Lune, où l'intensité de la pesanteur est égale à $1,62 \text{ N.kg}^{-1}$, la période des oscillations serait-elle la même que sur Terre, où l'intensité de la pesanteur est égale à $9,81 \text{ N.kg}^{-1}$?
- 4 Quelle est la valeur de la masse qui permettrait d'avoir une période de une seconde ?

4

Temps et relativité restreinte

A

Objectifs d'apprentissage

- ▶ Extraire et exploiter des informations pour justifier l'utilisation des horloges atomiques dans la mesure du temps.
- ▶ Savoir que la vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens.
- ▶ Définir la notion de temps propre.
- ▶ Exploiter la relation entre durée propre et durée mesurée.
- ▶ Extraire et exploiter des informations relatives à une situation concrète où le caractère relatif du temps est à prendre en compte.

B

Pour débiter

Activité 21



Travaillons dans le cadre de la mécanique newtonienne.

I. Imaginons un train se déplaçant à la vitesse de 10 km.h^{-1} dans une gare ; vous vous déplacez dans le train, dans le sens de la marche, à la vitesse de $5,0 \text{ km.h}^{-1}$.

Un passager assis dans le train vous regarde passer dans le couloir du wagon ; de même, sur le quai de la gare, une personne vous observe.

- 1 Quelle est votre vitesse par rapport au référentiel lié au train ?
 - 2 Quelle est votre vitesse par rapport au référentiel lié au quai de la gare ?
- II. Imaginons maintenant qu'une particule (jouant le rôle du train) se déplace à $200\,000 \text{ km.s}^{-1}$ par rapport à la Terre supposée immobile et émette un rayon lumineux dans le sens de la marche (rôle du passager en mouvement dans le train) ; la lumière se déplace à la vitesse de $300\,000 \text{ km.s}^{-1}$.
- 1 Quelle est la vitesse de la lumière émise par rapport au référentiel lié à la particule ?
 - 2 Quelle devrait être la vitesse de la lumière émise par rapport au référentiel lié à la Terre, si l'on appliquait les résultats de la question I. 2 ?

En fait, de la Terre, la vitesse de la lumière est égale à $300\,000 \text{ km.s}^{-1}$ au lieu des $500\,000 \text{ km.s}^{-1}$ attendus.

La vitesse de la lumière ne dépend pas du référentiel.

Activité 22



On admet dans cette activité que la vitesse de la lumière ne dépend pas du référentiel.

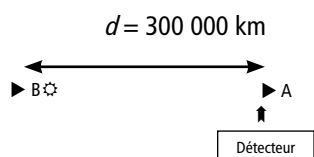
Imaginons deux référentiels différents (un lié à un détecteur fixe et l'autre lié à une particule A se déplaçant rectilignement à la vitesse de $200\,000\text{ km.s}^{-1}$).

Une particule B (schématisée par ►) se déplace rectilignement à la vitesse de $200\,000\text{ km.s}^{-1}$ dans le même sens que la particule A (►) mais la suit à une distance d de $300\,000\text{ km}$.

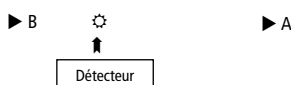
Le chronomètre est déclenché lorsque la particule A passe devant le détecteur. La particule B émet alors un éclair très bref ✨ à la vitesse de $300\,000\text{ km.s}^{-1}$.

Observer les quatre schémas ci-dessous qui représentent les mouvements des deux particules et de l'éclair de lumière schématisé par ✨.

À $t_0 = 0\text{ s}$:



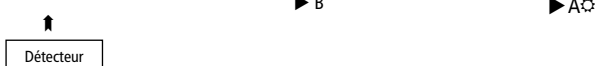
À $t_1 = 1\text{ s}$:



À $t_2 = 2\text{ s}$:



À $t_3 = 3\text{ s}$:



- ❶ Quelle est la durée nécessaire à la lumière de l'éclair pour atteindre le détecteur ?
- ❷ Dans le référentiel du détecteur, quelle est la durée nécessaire à la lumière de l'éclair pour atteindre la particule A située devant ?
- ❸ Dans le référentiel de la particule A, quelle durée met la lumière de l'éclair pour la rattraper sachant que l'éclair a une vitesse de $300\,000\text{ km.s}^{-1}$ et que la particule A est située à $300\,000\text{ km}$ devant la particule B ?
- ❹ Comparer les deux durées trouvées en ❷ et en ❸.

Il y a un paradoxe : l'éclair met-il une seconde ou trois secondes pour rattraper la particule A ?

La suite du chapitre va permettre de répondre à ce paradoxe.



Pour apprendre

1. Définition du temps atomique

De nos jours, les horloges les plus précises sont des étalons atomiques de fréquence. Depuis 1967, la seconde est ainsi définie à partir de la résonance du niveau fondamental de l'atome de césium 133, fixée à 9 192 631 770 Hz.

Les horloges de type fontaine atomique atteignent des exactitudes en fréquence relative de l'ordre de quelque 10^{-16} .

Ces horloges sont apparues grâce aux techniques de refroidissement des atomes par laser développées à la fin des années 1980.

Activité 23 Analyse de documents



Lire les documents ci-dessous puis répondre aux questions.

Document 1 : « Mesurer le temps avec une précision inégale »

« La mesure du temps est une question essentielle depuis... la nuit des temps. Elle est basée sur l'observation d'un phénomène régulier et répétitif qui permet de caractériser des durées égales.

Embarquée dans l'ISS à l'horizon 2013 dans le cadre du projet européen ACES, Pharao est une horloge atomique qui mesurera le temps avec une exactitude et une stabilité jamais atteintes à ce jour : elle ne perdra qu'une seconde tous les 300 millions d'années. Une belle performance si on la compare aux horloges terrestres qui, elles, perdent une seconde tous les 50 millions d'années !

Première mondiale, Pharao utilise pour atteindre cet objectif des atomes froids de césium. Elle mesure le temps à partir des transitions subies par les atomes lorsqu'ils interagissent en résonance avec une vibration micro-onde.

Pharao associe la micropesanteur et des techniques de refroidissement d'atomes de césium par laser.

Le fonctionnement d'une horloge atomique repose en effet sur sa capacité à maîtriser au mieux la vitesse des atomes. Or la mesure du temps est d'autant plus précise que cette vitesse est lente.

Par ailleurs, la vitesse des atomes est influencée par la pesanteur. Une contrainte dont Pharao s'affranchit en étant placée en orbite : les atomes sont ainsi ralentis jusqu'à la vitesse de l'escargot.

Une horloge d'une telle précision trouve de nombreuses applications en physique fondamentale.

Elle servira entre autres à vérifier certains principes de la théorie de la relativité générale avec une précision jamais atteinte.

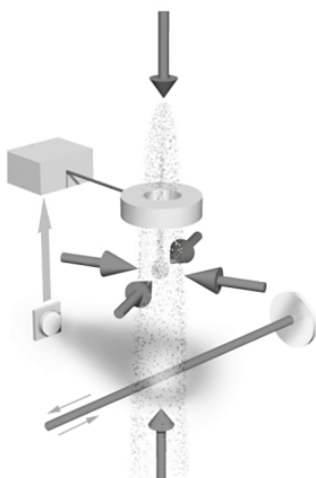
Pharao est l'élément central de la mission européenne ACES constitué de plusieurs horloges atomiques. Développée par les laboratoires scientifiques français sous maîtrise d'œuvre du CNES, elle sera installée pendant 18 mois à l'extérieur du module européen Columbus de l'ISS. »

Site web du CNES <http://www.cnes.fr/web/CNES-fr/4444-pharao.php>.

ISS : International Space Station

ACES : Atomic Clock Ensemble in Space





Document 3

Document 2

« Dans une horloge atomique, la durée de l'interaction cohérente entre les atomes et le champ micro-onde est une limite fondamentale à la mesure de la résolution de la fréquence. Cette durée peut être considérablement repoussée par l'utilisation d'atomes froids en micropesanteur. Une horloge au césium utilise la transition hyperfine proche de 9,2 GHz qui définit l'unité de temps du SI : la seconde. Au sein d'un nuage de césium les atomes sont refroidis à la température de 1 μ K correspondant à une vitesse moyenne d'environ 7 mm/s. Ce nuage, pompé optiquement dans l'état "quantique" adéquat, est ensuite lancé à travers un champ micro-onde. La durée de l'interaction en conditionne la qualité. L'analyse du nuage en sortie indique ensuite si la fréquence micro-onde est parfaitement calée sur la fréquence voulue. Sur Terre, une horloge à césium froid fonctionne dans une géométrie de fontaine (voir document 3) où les atomes sont lancés vers le haut puis retombent du fait de la gravité. Le temps d'interaction ne peut pas excéder 1 seconde pour une fontaine d'une hauteur raisonnable. Par comparaison, en conditions de micropesanteur, le temps d'interaction dans Pharoa peut monter jusqu'à 5, voire 10 secondes avec un instrument simple et compact.

Source : http://smc.cnes.fr/PHARAO/Fr/GP_instrument.htm

- ❶ Quelle est la signification du sigle Pharoa ?
- ❷ Calculer la précision de l'horloge atomique Pharoa.
- ❸ Pourquoi est-on obligé de refroidir les atomes de césium par laser ?
- ❹ Avec quelles ondes électromagnétiques interagissent les atomes de césium ?
- ❺ Pourquoi cette horloge est placée dans un satellite en orbite ?

2. Temps et relativité restreinte

a) Tests expérimentaux de l'invariance de la vitesse de la lumière

Les mesures les plus récentes montrent que la vitesse de la lumière est égale à c à mieux que 10^{-17} près en valeur relative. Les horloges atomiques embarquées à bord de satellites permettent de vérifier quotidiennement une précision de 10^{-9} . Ce qui paraît simple aujourd'hui (invariance de la vitesse de la lumière) ne l'a pas été dans l'histoire des sciences.

Des tests expérimentaux ont permis, dans le passé, de vérifier la constance de la vitesse de la lumière dans le vide.

Activité 24



Arago, Michelson et Morley : quelles ont été leurs contributions respectives dans l'histoire des études expérimentales sur l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide (en moins de 15 lignes) ?

Placer sur la frise les dates importantes concernant ces expériences.



La vitesse de la lumière mesurée par tout observateur en un point où il se trouve est toujours égale à la même constante c .

b) Postulat d'Einstein

Postulat d'Einstein (1905) : la vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens. C'est une constante fondamentale de la physique.

La vitesse de la lumière dans le vide ne dépend ni du mouvement de la source, ni de celui de l'observateur.

Activité 25



En septembre 2011, les chercheurs travaillant sur le projet Opera du CERN annonçaient avoir observé des neutrinos dont la vitesse dans le vide serait supérieure à celle de lumière. L'expérience avait lieu entre le laboratoire du CERN, situé à Genève, et le laboratoire souterrain de Gran Sasso, en Italie. Les neutrinos (charge nulle et masse pratiquement nulle) sont arrivés 60 ns trop tôt en Italie après avoir parcouru 730 km en ligne droite sous la terre, en 2,4 ms.

L'expérience fut reprise mais les neutrinos conservaient leurs 60 nanosecondes d'avance sur les photons.

En vérifiant leur dispositif expérimental, les chercheurs se rendirent compte que l'un des GPS chargés de corréler la position des neutrinos transmettait les données 60 nanosecondes plus tôt que prévu. La connexion par fibre optique entre le GPS et l'ordinateur était défectueuse.

- 1 Pourquoi la plus grande partie des scientifiques mettait-elle en doute les résultats de cette expérience ?
- 2 Des particules peuvent-elles aller plus vite que la lumière dans les milieux matériels ?

c) Caractère relatif du temps. Notion d'événement. Temps propre.

Pour interpréter l'activité 22 « l'éclair met-il une seconde ou trois secondes pour rattraper la particule A ? », il faut admettre que le temps dépend du référentiel (de même que les longueurs) et qu'il n'est plus absolu ; le temps est relatif, c'est-à-dire lié au référentiel.

En mécanique newtonienne (classique), on décrit le mouvement d'un corps dans un espace absolu par rapport à un temps absolu. Dans ce cadre, la position d'un mobile, mesurée par ses coordonnées spatiales, dans un certain repère, est donnée en fonction du temps t .

Dans la théorie de la relativité, il n'existe pas de temps absolu, et ce temps ne peut pas être séparé de l'espace. On raisonne sur des événements, chaque événement étant caractérisé par un lieu M et un instant t .

Une durée propre est le temps qui sépare deux événements survenant au même endroit dans le même référentiel ; nous la noterons : Δt_p .

Le référentiel où les deux événements se produisent au même point de l'espace est en mouvement à la vitesse v par rapport à un deuxième référentiel où l'intervalle de temps Δt_m est mesuré entre les deux événements.

Une durée mesurée dans un autre référentiel est liée à la durée propre par :

$$\Delta t_m = \gamma \Delta t_p \text{ avec : } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Activité 26



La durée de vie moyenne, mesurée dans le laboratoire, d'un muon se déplaçant à la vitesse $0,90\,c$ (c : vitesse de la lumière), relativement au laboratoire, est de $5,05\,\mu\text{s}$.

Sa durée de vie moyenne au repos est de $2,2 \cdot 10^{-6}\,\text{s}$.

On sait que : $\Delta t_m = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$

- ❶ Quels sont les deux événements à prendre en compte pour connaître la durée propre ?
- ❷ Dans quel référentiel les deux événements se produisent-ils au même point de l'espace ?
- ❸ Quelle est la durée propre correspondant à Δt_p ?
- ❹ Quel référentiel se déplace à la vitesse v ?
- ❺ Quelle est la durée dilatée correspondant à Δt_m ?

Le temps est relatif et s'écoule différemment dans des systèmes en mouvement l'un par rapport à l'autre ; la vitesse de la lumière c est absolue (indépendante du référentiel) et c'est une vitesse limite des corps dans l'Univers.

Activité 27



On suppose que l'intervalle de temps entre deux événements mesuré dans le référentiel terrestre est : $\Delta t = 1\,\text{h}$, c'est-à-dire que, pour l'observateur sur le sol terrestre, il s'écoule $3\,600\,\text{s}$.

Calculer la durée $\Delta t'$ qui s'écoule pour un autre observateur O' embarqué dans des véhicules se déplaçant à diverses vitesses v par rapport à l'observateur.

Véhicule de M'	Vitesse v	γ	$\Delta t'$
Voiture	100 km/h		
Vitesse orbitale de la Terre	30 km/s		
Fusée	150 000 km/s		
Particule	$0,9994 \times c$		

La relativité du temps ne devient perceptible que si la vitesse v de l'observateur M' se rapproche de celle de la lumière. Dans la vie courante, quand il s'écoule une heure sur Terre, il s'écoule aussi une heure dans le train ou dans l'avion.

d) Dilatation des durées. Preuves expérimentales

$\gamma > 1$: on dit qu'il y a dilatation des durées. La durée mesurée correspond à une

durée dilatée : $\Delta t_m = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

→ Les muons

Les muons produits dans l'atmosphère par les rayons cosmiques sont une preuve simple de l'existence de la dilatation du temps. Les muons sont des particules instables ayant la charge d'un électron mais une masse 207 fois plus importante. La durée de vie d'un muon au repos est $2,2 \mu\text{s}$: au bout de 2,2 milliardièmes de seconde, il se désintègre.

Sans la dilatation du temps, il n'aurait pas le temps d'arriver jusqu'au sol, alors qu'on en compte une centaine par mètre carré par seconde.

Lorsque le muon se déplace à grande vitesse, sa durée de vie augmente.

Dans l'accélérateur de particules du CERN, on a communiqué à des muons la vitesse $v = 0,9994 \times c$.

D'après la théorie, $\Delta t_m = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 63,6 \mu\text{s}$.

La théorie prévoit que, pour un muon accéléré à environ la vitesse de la lumière, la durée de vie augmente de $2,2 \mu\text{s}$ à $63,6 \mu\text{s}$.

C'est effectivement ce qui a été mesuré par le CERN : les muons accélérés à $0,9994 \times c$ ont une durée de vie de $63,6 \mu\text{s}$ et non plus $2,2 \mu\text{s}$.

Cette expérience constitue une vérification éclatante des prévisions d'Einstein concernant le temps et les durées.

→ Horloges atomiques

De nombreuses autres expériences ont cependant confirmé ce décalage du temps. À partir de 1971, des avions à réaction embarquèrent des horloges atomiques tandis que des horloges similaires synchronisées restaient au sol. Lorsque les avions suivaient le mouvement de la Terre, à leur retour, les horloges embarquées avaient retardé de quelques milliardièmes de seconde sur les horloges restées au sol, un écart en parfait accord avec la théorie de la relativité.

Aujourd'hui, les horloges atomiques embarquées dans les satellites des systèmes GPS sont calibrées de façon que leurs indications soient compatibles avec des horloges restées sur Terre.

→ Fonctionnement du GPS

Dans un système de localisation par satellite tel que le GPS, les distances sont déterminées par la mesure des temps de parcours de signaux électromagnétiques échangés entre le GPS et les satellites. Chaque satellite mesure la durée Δt que met le rayon lumineux, émis par le GPS de l'utilisateur qui souhaite se repérer, pour lui parvenir, puis il calcule la distance le séparant de l'utilisateur du GPS avec la formule $d = c\Delta t$.

Comme, pour se repérer, il faut trois données (latitude, altitude, longitude), on a besoin d'utiliser trois satellites.

Une bonne localisation repose sur la mesure ultraprécise des durées Δt de propagation de la lumière entre le GPS et les trois satellites. Il faut donc prendre en compte les effets prévus par la théorie de la relativité d'Einstein sur l'écoulement du temps.

On a vu que $\Delta t_P = \Delta t_m \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ c'est-à-dire que le temps s'écoule moins vite pour l'observateur en mouvement. Donc, l'horloge embarquée dans le satellite va retarder par rapport à l'horloge du GPS sur Terre : en effet, dans sa rotation autour de la Terre, le satellite se déplace à $v = 3\,874 \text{ m/s} = 13\,946.4 \text{ km/h}$.

Pendant qu'il s'écoule sur terre $\Delta t = 1 \text{ jour} = 24 \times 3\,600 = 86\,400 \text{ secondes}$, il s'écoule sur le satellite :

$$\Delta t_P = 3874 \sqrt{1 - \frac{(3874)^2}{(3,00 \cdot 10^8)^2}} \text{ soit } \Delta t_P = 86\,399,999993 \text{ s et non } 86\,400 \text{ s.}$$

Les horloges des satellites retardent donc, par rapport aux horloges terrestres, de 7 microsecondes par jour. Cet écart peut paraître infime, mais on verra qu'il a de grandes conséquences.

La relativité générale prévoit également que, du fait que les champs de gravitation sont plus faibles à l'altitude des satellites qu'au niveau du sol, les horloges des satellites vont cette fois prendre une avance de $45,7 \mu\text{s}$ par jour par rapport à l'horloge du GPS de l'utilisateur terrestre.

Les GPS intègrent donc dans leurs calculs les corrections relativistes d'Einstein pour déterminer à quelques mètres près la position de l'utilisateur.



Pour conclure

1. Résumé du chapitre

La définition du temps atomique et la réalisation des horloges associées font accéder à des échelles de précision telles qu'elles mettent directement en évidence le caractère relatif du temps en fonction de la vitesse relative de l'horloge et de l'observateur, qui est à la base de la relativité restreinte.

Postulat d'Einstein (1905)

La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens.

C'est une constante fondamentale de la physique.

Une durée propre est le temps qui sépare deux événements survenant au même endroit dans le même référentiel ; nous la noterons : Δt_p .

Une durée mesurée dans un autre référentiel est liée à la durée propre par :

$$\Delta t_m = \gamma \Delta t_p \quad \text{avec : } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

$\gamma > 1$: on dit qu'il y a dilatation des durées. La durée mesurée correspond à une durée dilatée : $\Delta t_m = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

2. Exercices d'apprentissage

Exercice 5 Quelle sera la durée de vie moyenne d'un muon, mesurée dans le laboratoire, s'il voyage à la vitesse de $1,8 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ relativement au laboratoire ? Sa durée de vie moyenne au repos est de $2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$.

Exercice 6 Une particule instable parcourt dans le laboratoire la distance $d = 5,19 \text{ m}$ en $\Delta t = 2,00 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ avant de se désintégrer. Quelle est sa vitesse v , supposée uniforme ? En déduire sa durée de vie propre Δt_p .

5

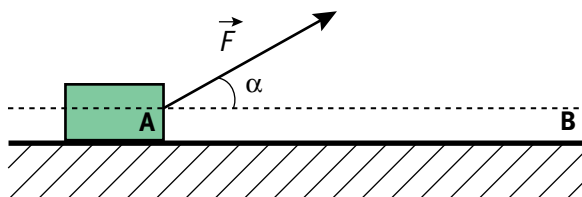
Pour clore la séquence

A

Fiche de synthèse

Transferts énergétiques au cours du mouvement

→ Travail d'une force constante



Le travail d'une force constante $\vec{F}$ est égal à : $W_{A \rightarrow B} = F \times AB \times \cos(\alpha)$.

$W_{A \rightarrow B}$ s'exprime en joules (J), F en newtons (N) et AB en mètres (m).

Si $\vec{f}$ est une force conservative, elle est liée à une énergie potentielle par : $\Delta E_p = -W(\vec{f})$.

Force conservative	Énergie potentielle
$\vec{P} = m\vec{g}$ (le champ de pesanteur est uniforme)	$E_{pp} = mgz + cte$ (Oz orienté vers le haut)
$\vec{f} = q\vec{E}$ (le champ électrique est uniforme)	$E_p = qV + cste$

L'énergie mécanique est égale à la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle :

$$E_m = E_p + E_c$$

→ Théorème de l'énergie mécanique $\Delta E_m = \sum W(\vec{R}_{\text{non conservatives}})$

→ Dissipation de l'énergie mécanique

Considérons un système soumis à une force non conservative (force de frottement par exemple). Il y aura dissipation de l'énergie mécanique si le travail de la force non conservative n'est pas nul.

Dissipation d'énergie pour un oscillateur

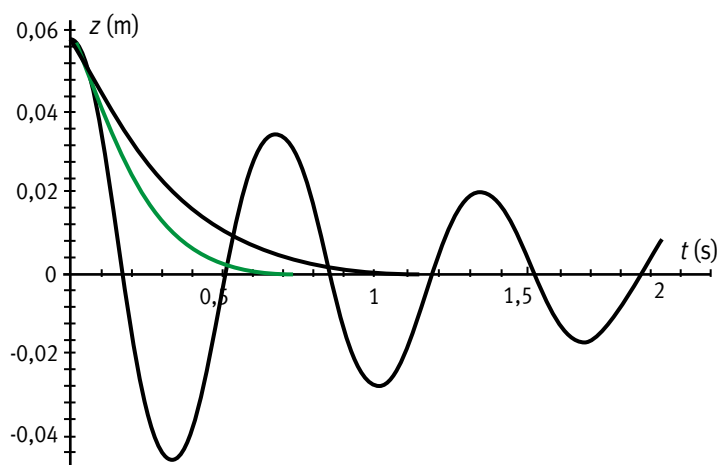
→ Cas d'un oscillateur harmonique (sans frottement)

Tout système physique dont un paramètre vérifie une équation du type : $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ est un oscillateur harmonique. La solution de l'équation différentielle étant de la forme : $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$, le mouvement est sinusoïdal.

La période propre est indépendante de l'amplitude des oscillations ; on dit qu'il y a isochronisme des oscillations. L'énergie mécanique est constante.

→ Cas d'un oscillateur amorti (avec frottement)

L'énergie mécanique est progressivement dissipée par les frottements.



Si les frottements augmentent et atteignent une valeur limite dite valeur critique, le mobile accroché au ressort n'oscille plus mais regagne simplement sa position d'équilibre.

Temps et relativité restreinte

La définition du temps atomique et la réalisation des horloges associées font accéder à des échelles de précision telles qu'elles mettent directement en évidence le caractère relatif du temps en fonction de la vitesse relative de l'horloge et de l'observateur, qui est à la base de la relativité restreinte.

→ Postulat d'Einstein (1905)

La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens.

C'est une constante fondamentale de la physique.

→ Durée propre

Une durée propre est le temps qui sépare deux événements survenant au même endroit dans le même référentiel ; nous la noterons : Δt_p .

Une durée mesurée dans un autre référentiel est liée à la durée propre par :

$$\Delta t_m = \gamma \Delta t_p \text{ avec : } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

$\gamma > 1$: on dit qu'il y a dilatation des durées. La durée mesurée correspond à une durée dilatée : $\Delta t_m = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

B

Exercices de synthèse

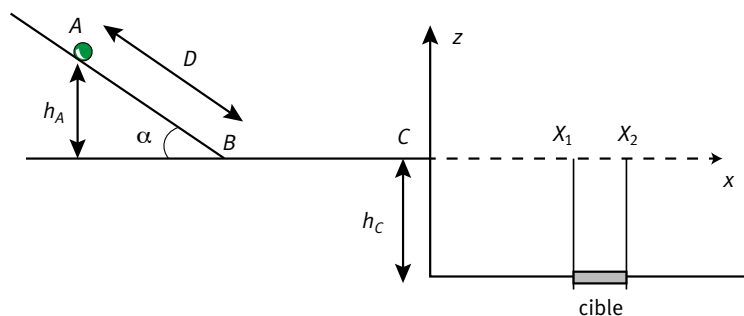
Exercice 1 Le jeu du boulet

Le jeu schématisé ci-dessous consiste à placer un boulet sur un plan incliné de telle façon qu'il atteigne la cible.

Le boulet est tout d'abord lâché en A sans vitesse initiale. Le système étudié est le boulet que l'on assimile à un point.

Toute l'étude est faite dans un référentiel galiléen. On néglige les frottements dans tout l'exercice.

Données $\alpha = 30^\circ$; $D = AB = 0,50 \text{ m}$; $L = BC = 0,20 \text{ m}$;
 $h_C = 0,40 \text{ m}$; $m = 10 \text{ g}$; $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.



On étudie le mouvement du boulet entre A et B.

- 1 Le système étudié est le boulet une fois lâché en A.

Faire l'inventaire des forces extérieures agissant sur le boulet. Représenter ces forces sur un schéma sans considération d'échelle.

- 2 On choisit l'altitude du point C comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur : $E_{pp} = 0$ pour $z_C = 0$.

Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur au point A ; calculer sa valeur.

- 3 En déduire l'expression puis la valeur de l'énergie mécanique du système au point A.

- 4 En déduire la valeur de l'énergie mécanique du système au point B. Justifier la réponse.

- 5 Montrer que l'expression de la vitesse au point B est : $v_B = \sqrt{2gD \sin \alpha}$.

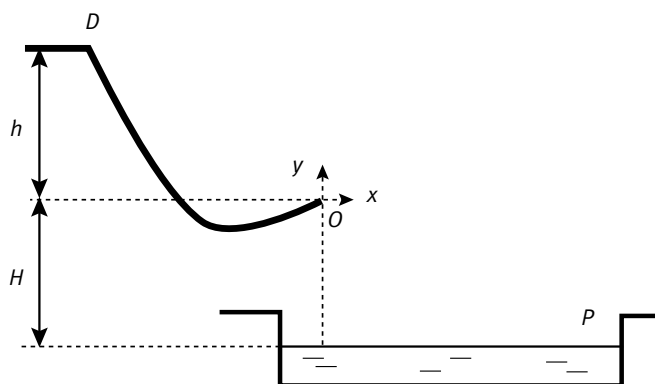
Exercice 2 Un toboggan de plage

Un enfant glisse le long d'un toboggan de plage dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Pour l'exercice, l'enfant sera assimilé à un point matériel G et on négligera tout type de frottement ainsi que toutes les actions dues à l'air.

Un toboggan de plage est constitué par :

- une piste DO qui permet à un enfant partant de D sans vitesse initiale d'atteindre le point O avec un vecteur vitesse $\vec{V}_O$ faisant un angle α avec l'horizontale ;
- une piscine de réception : la surface de l'eau se trouve à une distance H au dessous de O.



Données Masse de l'enfant : $m = 35 \text{ kg}$; intensité de la pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; dénivellation $h = 5,0 \text{ m}$; hauteur $H = 0,50 \text{ m}$; angle $\alpha = 30^\circ$.

On choisit l'altitude du point O comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur de l'enfant ; $E_{ppo} = 0$ pour $y_O = 0$.

On étudie le mouvement de l'enfant entre D et O .

- ① Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_{ppD} de l'enfant au point D .
- ② Donner l'expression de l'énergie mécanique E_{mD} de l'enfant au point D .
- ③ Donner l'expression de l'énergie mécanique E_{mO} de l'enfant au point O .
- ④ En déduire l'expression de la vitesse v_O en justifiant le raisonnement.
- ⑤ Calculer la valeur de la vitesse v_O de l'enfant en O .
- ⑥ En réalité, la vitesse en ce point est nettement inférieure et vaut $5,0 \text{ m.s}^{-1}$.
Comment expliquez-vous cette différence ?

Exercice 3 Mouvement d'une balle de hockey sur gazon

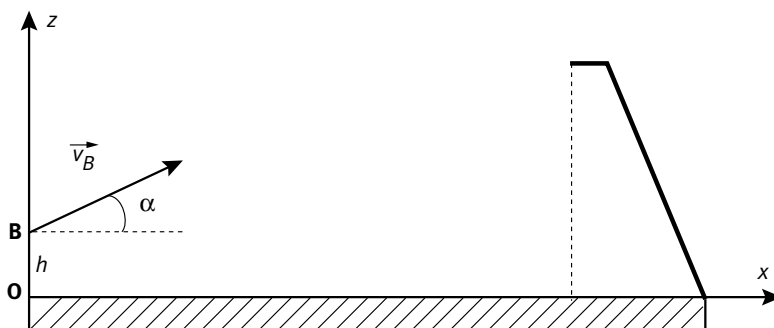
Dans cet exercice, on étudie le mouvement d'une balle de hockey sur gazon de centre d'inertie G et de masse m dans le champ de pesanteur supposé uniforme.

Au point B , la balle quitte la crosse à la date $t = 0$ avec le vecteur vitesse $\vec{v}_B$ contenu dans le plan (xOz) .

On néglige toutes les actions liées à l'air.

Le système d'axes utilisé est représenté sur le schéma de la page suivante : l'axe Ox est horizontal et dirigé vers la droite et Oz est vertical et dirigé vers le haut.

L'origine des axes est situé à la verticale du point B telle que $OB = h = 0,40 \text{ m}$.



Un tir est réalisé du milieu du terrain à une distance du but supérieure à 15 m . La trajectoire est parabolique.

Données $OB = h = 0,40 \text{ m}$; $v_B = 14 \text{ m.s}^{-1}$; vitesse au sommet S de la trajectoire : $v_S = 12 \text{ m.s}^{-1}$; $m = 160 \text{ g}$; $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

L'énergie potentielle de pesanteur $E_p(0)$ est choisie nulle à l'altitude $z = 0$.

- ① Donner l'expression littérale de l'énergie mécanique E_M de la balle en fonction de g , de m , de v et de z .
- ② Calculer l'énergie mécanique $E_M(B)$ de la balle au point B .

3 Toutes les actions de l'air sont négligées.

- a) Que peut-on dire de la valeur de l'énergie mécanique E_M de la balle au cours de son mouvement ?
- b) Exprimer l'altitude maximale z_{max} que pourrait atteindre la balle au point S dans ces conditions, en fonction de E_M , de v_S , de m et de g . Calculer la valeur de z_{max} .

Exercice 4 Le casting

Le casting, ou lancer de compétition, est une épreuve de pêche où le compétiteur doit lancer sa ligne aussi loin et aussi précisément que possible. Cette technique consiste à lancer « un plomb » d'une centaine de grammes à l'aide d'une canne et d'un moulinet. Le record de France, établi pour un plomb de 150 g, est de 263,01 m.

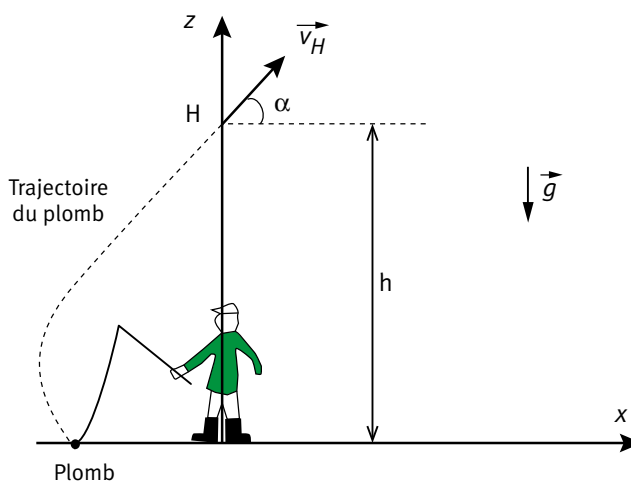
Lors de son passage à la verticale du pêcheur, le plomb est à une altitude $h = 6,00$ m et possède une vitesse $\vec{v}_H$ faisant un angle α avec l'horizontale.

Le mouvement du plomb, objet sphérique, s'effectue dans un champ de pesanteur uniforme.

Données Intensité de pesanteur $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$; masse du plomb $m = 1,50 \cdot 10^{-1} \text{ kg}$; vitesse initiale $v_H = 44,4 \text{ m.s}^{-1}$; inclinaison $\alpha = 50,0^\circ$; hauteur du projectile au moment du lancer $h = 6,00$ m.

Le système étudié est le plomb. Le plomb est assimilé dans la suite de l'exercice à un objet ponctuel. Dans cette phase du mouvement, la force exercée par le fil sera négligée par rapport aux autres forces. On se propose, en situation de compétition, de déterminer les caractéristiques (vitesse, accélération et position) du plomb lors de son arrivée au sol.

Les frottements de l'air sur le plomb seront négligés dans cette étude. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est parallèle à l'axe Oz . La situation est représentée sur la figure ci-dessous :



- ① Donner les caractéristiques du poids $\vec{P}$.
- ② Déterminer les coordonnées a_x et a_z du vecteur accélération du centre d'inertie du plomb dans le repère xOz .
- ③ Exprimer les coordonnées $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse du centre d'inertie du plomb dans le repère d'espace xOz , l'origine des dates étant repérée par l'instant de passage à la verticale du pêcheur en H .

En déduire l'expression de la vitesse $v(t)$ du plomb en fonction des paramètres v_H , t , g et a .

- ④ Dans le repère d'espace xOz , $x(t)$ et $z(t)$ sont les coordonnées de position du plomb.

Établir les équations horaires du mouvement.

En déduire la valeur de la distance x_{max} atteinte par le plomb dans les conditions du lancer.

- ⑤ Déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du plomb à partir des équations horaires du mouvement.

Quelle est la nature de la trajectoire du plomb ?

En utilisant l'expression de l'équation de la trajectoire, indiquer les paramètres de lancement qui jouent un rôle dans le mouvement ultérieur du projectile.

⑥ Détermination de la vitesse du plomb lorsqu'il arrive au sol

- a) Le choix des états de référence est tel que l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} est nulle au niveau du sol.

Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp}(H)$ du plomb lors de son passage à la verticale du pêcheur.

- b) Exprimer l'énergie cinétique $E_C(H)$ du plomb lors de son passage à la verticale du pêcheur.

- c) Déduire des deux questions précédentes l'expression de l'énergie mécanique $E_m(H)$ du plomb lorsqu'il passe à l'altitude h .

- d) En déduire la vitesse du plomb lorsqu'il touche le sol. Calculer sa valeur.

Exercice 5 Constante de raideur

Considérons un ressort à spires non jointives. Le ressort a une constante de raideur k , une longueur à vide ℓ_0 ; sa longueur ℓ est mesurée en fonction de la valeur de la force $\vec{F}$ exercée par le ressort sur différents objets suspendus.

Donnée $\ell_0 = 12 \text{ cm}$.

F (N)	0,98	1,96	2,94	3,92	4,90
ℓ (cm)	16,0	20,1	23,9	28,0	32,1

- ❶ Représenter graphiquement la valeur F en fonction de $|\Delta \ell| = (\ell - \ell_0)$.
- ❷ Déterminer la constante de raideur du ressort.
- ❸ Déterminer la valeur de la force $\vec{F}$ lorsque l'allongement du ressort est de 10 cm.

Exercice 6 Force exercée par un ressort

Considérons un cylindre de masse m suspendu à un ressort à spires non jointives. Le ressort a une constante de raideur k , une longueur à vide ℓ_0 et une longueur ℓ lorsque le cylindre y est accroché.

Données $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$; $m = 200 \text{ g}$; $k = 16 \text{ N.m}^{-1}$; $\ell_0 = 10 \text{ cm}$; $\ell = 22,3 \text{ cm}$.

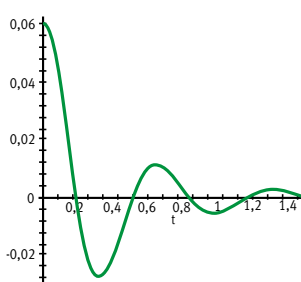
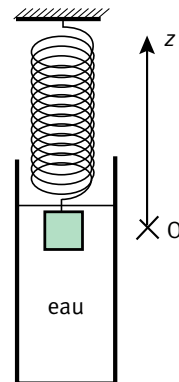
- ❶ Le fait de savoir que le ressort est à spires non jointives est-il important ?
- ❷ Donner les caractéristiques du vecteur force modélisant l'action du ressort sur le cylindre.
- ❸ Donner les caractéristiques du vecteur force représentant les actions réparties de la Terre sur l'objet.

Exercice 7 Influence de la masse suspendue au ressort

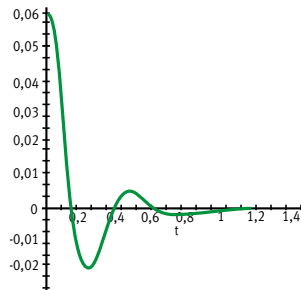
À un ressort vertical de constante de raideur k accroché à un support, on suspend des objets ayant la même forme mais de masses différentes (m_1 , m_2 et m_3) ; on les fait osciller verticalement dans de l'eau de part et d'autre de la position de repos (à la même altitude que le point O).

On enregistre les positions de l'objet ; on obtient les courbes suivantes représentant z en fonction du temps t .

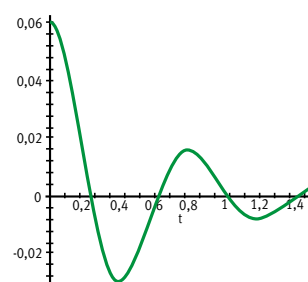
Données $k = 20 \text{ N.m}^{-1}$; $m_1 = 100 \text{ g}$, $m_2 = 200 \text{ g}$ et $m_3 = 300 \text{ g}$.



Courbe 1



Courbe 2



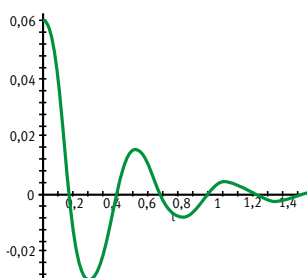
Courbe 3

À quelles masses correspondent ces courbes ? Justifier votre réponse.

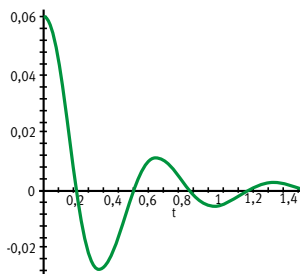
Exercice 8 Influence de la masse suspendue au ressort

On reprend l'exercice précédent : on garde la même masse mais avec des ressorts de constante de raideur différentes.

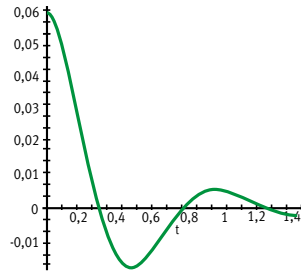
Données $m = 200 \text{ g}$; $k_1 = 20 \text{ N.m}^{-1}$, $k_2 = 10 \text{ N.m}^{-1}$ et $k_3 = 30 \text{ N.m}^{-1}$.



Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3

À quelles constantes de raideur correspondent ces courbes ? Justifier votre réponse.

Exercice 9 On réalise expérimentalement le dispositif suivant : un objet de masse m est attaché à un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 et posé sur un rail horizontal.

Un dispositif expérimental permet de relever la position M de l'objet en fonction du temps.

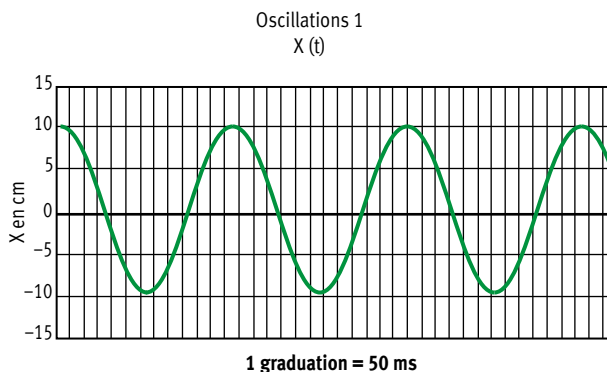
La masse m est posée sur un rail à coussin d'air horizontal (en fonctionnement). On supposera donc qu'il n'y a pas de pertes par frottement entre le rail et l'objet.

On notera $\overrightarrow{OM} = x\vec{u}_x$ et on notera X la position de l'objet par rapport à sa position d'équilibre. On se placera dans le référentiel terrestre local supposé galiléen.

Données numériques $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$; $m = 100 \text{ g}$; $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

1 Étude expérimentale

À l'aide du dispositif expérimental et d'un tableur, on trace la courbe suivante :



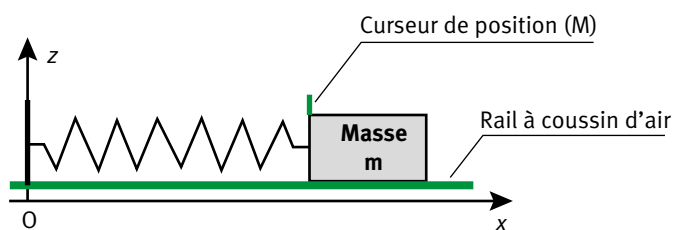
- a) De quel type de mouvement s'agit-il ?
- b) Citer une condition initiale.
- c) Déterminer la période du mouvement.

2 Étude théorique

On suppose que l'objet a été écarté de sa position d'équilibre d'une distance X_0 et lâché sans vitesse initiale.

- a) Faire un bilan des forces et en déduire l'équation différentielle dont $X(t)$ est solution.

Exprimer la solution $X(t)$. On notera ω_0 la pulsation propre de ce système.



Calculer la période d'oscillation T et comparer à la valeur expérimentale du 1 c).

- b) Définir l'énergie potentielle associée à une force $\vec{F}$. On précisera les conditions d'existence de cette grandeur.

Quelle serait l'énergie potentielle associée à une force $\vec{F} = -k(x - \ell_0)\vec{u}_x$? On précisera le choix de l'origine pour cette énergie. Énoncer le théorème de l'énergie mécanique.

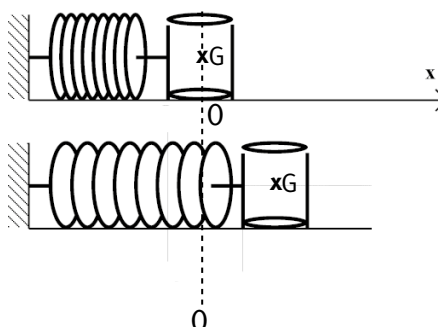
Retrouver l'équation différentielle du mouvement en utilisant le théorème de l'énergie mécanique.

Exercice 10

On dispose d'un système solide-ressort constitué d'un mobile de masse m accroché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur k .

Données $m = 2,0 \cdot 10^2 \text{ g}$; $k = 2,0 \cdot 10^1 \text{ N.m}^{-1}$.

Le mobile assimilé à son centre d'inertie G peut osciller horizontalement sur une tige parallèlement à l'axe Ox . On étudie son mouvement dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. Le point O est sur la verticale de G lorsque le ressort est au repos.



Dans un premier temps, on néglige les frottements du mobile sur son rail de guidage.

- ❶ Faire l'inventaire des forces exercées sur le mobile.

Reproduire la figure sur la copie et représenter les différents vecteurs forces sans souci d'échelle.

- ❷ Établir l'équation différentielle du mouvement.

- ❸ La solution de cette équation différentielle s'écrit : $x = x_m \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi\right)$; donner la signification des constantes x_m et φ .

- ❹ Le mobile est écarté de sa position d'équilibre et lâché à l'instant $t = 0$ s, sans vitesse initiale, de la position $x_0 = 3,0$ cm. Exprimer et calculer x_m et φ (on prendra $x_m > 0$).

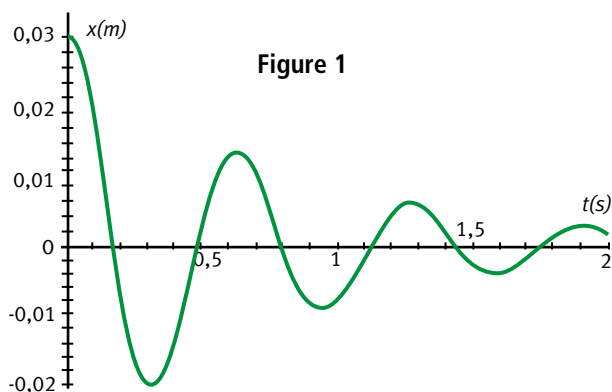
- ❺ Exprimer et calculer la période propre du mouvement.

- ❻ Exprimer l'énergie cinétique (E_c) et l'énergie potentielle élastique (E_p) du système solide-ressort.

- ❼ Exprimer l'énergie mécanique (E_m) en fonction de k et x_m .

On suppose maintenant que les frottements ne sont plus négligeables et qu'ils peuvent être modélisés par une force dont la valeur est proportionnelle à celle de la vitesse et dont le sens est opposé à celui du mouvement : $\vec{f} = -h\vec{v}$.

Un dispositif d'acquisition de données permet de connaître à chaque instant la position du mobile (figure 1).



- ❽ À l'aide de la figure 1, déterminer la pseudo-période T du mouvement.

